

## บทที่ 5

### ผลการวิเคราะห์และอภิปรายข้อมูล

ข้อมูลในส่วนของรายงานวิจัยบทนี้ได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการศึกษาของไหลพลศาสตร์ โดยเป็นรูปแบบไฟไนต์โวลุ่ม และอาศัยแบบจำลองที่มีระดับความน่าเชื่อถือหลากหลายระดับ คือ the high Re k- $\epsilon$  model ซึ่งเทอมความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเรย์โนลด์กับค่าเฉลี่ยความเค้นเนื่องจากการเฉือนระหว่างเลเยอร์ของไหลเป็นแบบเส้นตรง (linear eddy viscosity model) และพาราโบลา (quadratic eddy viscosity model) อีกทั้งได้ทำการวิเคราะห์จากแบบจำลองที่มีความแม่นยำที่สูง คือ the Reynolds Stress Model ซึ่งเป็นการสร้างแบบจำลองของลักษณะกายภาพการไหลแต่ละองค์ประกอบขึ้นมา ซึ่งมีผลต่อการปรับปรุงขนาดความเค้นเรย์โนลด์ให้มีความแม่นยำขึ้น ผลการวิเคราะห์นี้มีความเกี่ยวข้องกับการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ตั้งแต่ 10,000 ถึง 583,000 ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาเชิงทดลองและการศึกษาเชิงคำนวณก่อนหน้า

เนื่องจากของไหลมีการพาและไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หยุดนิ่งและหมุน ซึ่งลักษณะผิวของทรงกลมจะมีลักษณะผิวโค้งจะมีการส่งผลต่อการก่อเกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นเฉือนในทิศทางขนานผิวสัมผัสที่รวดเร็วมาก อีกทั้งมีการเปลี่ยนขนาดความโค้งทุกทิศทางก่อให้เกิดรูปแบบการไหลที่มีความซับซ้อนมากเมื่อเปรียบเทียบกับกรไหลผ่านทรงกระบอกซึ่งทุกระนาบในแนวแกนหมุนมีความสมมาตรกันทุกระนาบ ซึ่งการวิเคราะห์เชิงคำนวณนี้จะช่วยให้สามารถพิจารณาโครงสร้างการไหลได้ทดแทนข้อจำกัดการดำเนินการจากการทดลองที่ไม่สามารถแสดงบางพฤติกรรมและรายละเอียดที่ซับซ้อนได้

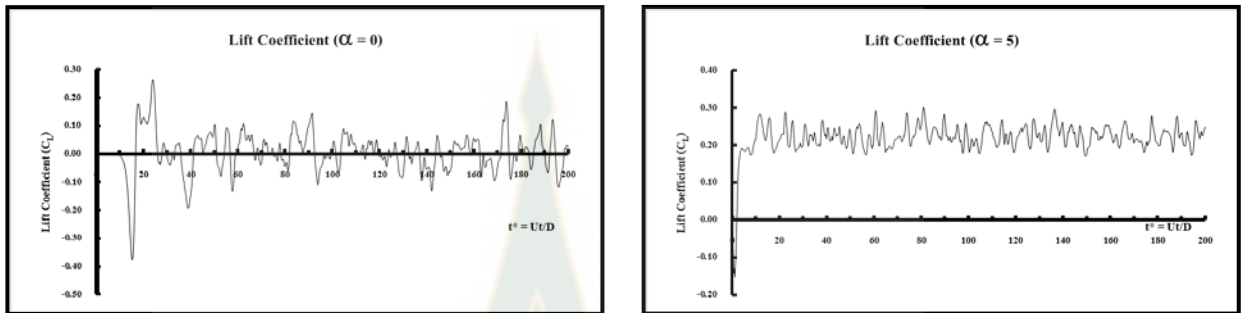
#### 5.1. แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลม

เมื่อพิจารณาค่าเวลาเฉลี่ยของแรงกระทำกับทรงกลมสามารถแสดงขนาดของแรงยกและแรงต้านที่กระทำกับทรงกลมในแต่ละสภาวะเรย์โนลด์และอัตราการหมุนไว้หน่วย ดังนี้

**5.1.1 สภาวะเรย์โนลด์ที่ 10,000** (ช่วง sub-critical Reynolds number) สอดคล้องด้วยผลการทดลองและการศึกษาเชิงคำนวณด้วยวิธี the Large Eddy Simulation method (LES)

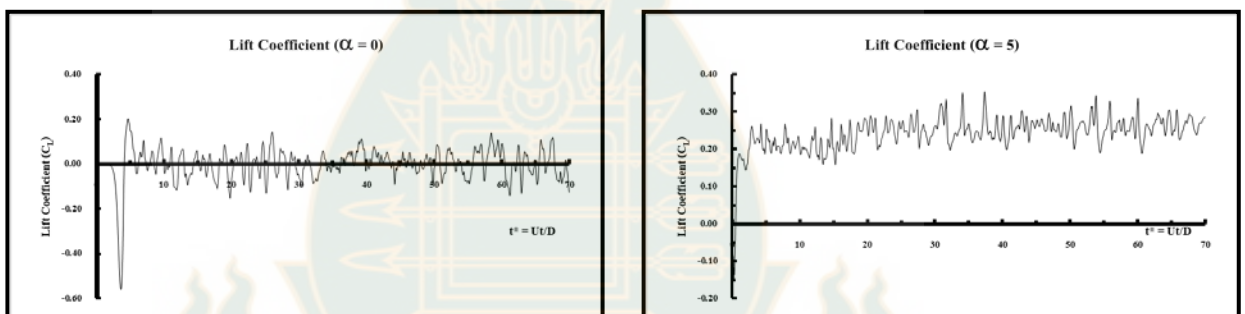
1) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes (Laminar) Equation และ the Reynolds Stress Model ดังภาพที่ 5.1

สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

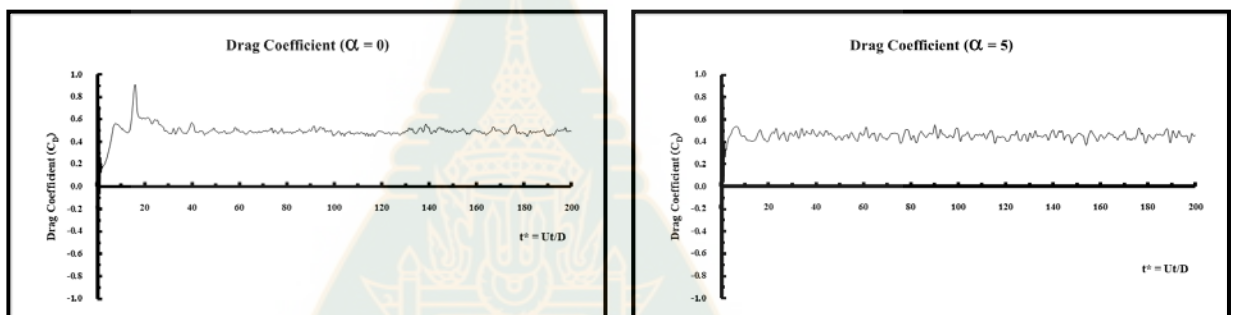
ภาพที่ 5.1 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.1 แสดงถึงรูปแบบของสัมประสิทธิ์แรงยกที่กระทำกับวัตถุทรงกลมในระนาบ 3 มิติ นั้นมีความกวัดแกว่งที่มากซึ่งระดับความกว้างของแต่ละแอมพลิจูดนั้นมีความเกี่ยวข้องกับพิสัยความดันที่เกิดรอบตัวทรงกลมนั้น หากมีพิสัยของความดันระหว่างด้านขอบบน (ด้านทวนความเร็วของไหลเนื่องจากทรงกลม) กับด้านขอบล่าง (ด้านเสริมความเร็วของของไหลเนื่องจากทรงกลม) มาก จะส่งผลให้มีความกว้างของแอมพลิจูดที่มาก สำหรับความไร้รูปร่างของกราฟสัมประสิทธิ์แรงยกในแต่ละช่วงเวลาของการไหลมีความแปรปรวนที่สูงเนื่องจากผลของพฤติกรรมการไหลใน 3 มิติที่เกิดขึ้นทำให้มีการไหลในทิศทางแกนหมุนซึ่งมีลักษณะเป็นแบบไร้รูปร่างที่แน่นอน หรือไม่สามารทำการศึกษาได้

ซึ่งมีความแตกต่างกับการไหลผ่านวงกลมในระนาบ 2 มิติ ที่จะมีรูปร่างที่แน่นอน (Kray, Franke, & Frank, 2012) โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ Reynolds Stress Model ได้แสดงถึงการกวัดแกว่งของกราฟแสดงผลที่ไร้รูปร่างซึ่งแสดงถึงการแสดงพฤติกรรมที่อยู่นอกช่วงการไหลวิกฤติ (the critical Reynolds number range) ซึ่งเกิดการแผ่เส้นทางกระแสน้ำวนทั้งขอบด้านและขอบบนของทรงกลม

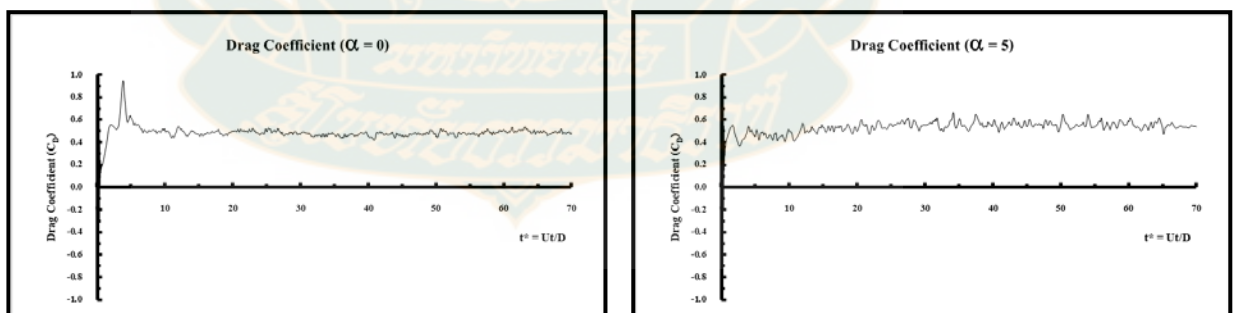
2) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สถานะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

#### สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

#### สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

ภาพที่ 5.2 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สถานะเรย์โนลด์ 10,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.2 แสดงถึงสัมประสิทธิ์แรงต้านที่ของไหลกระทำกับทรงกลม ลักษณะของกราฟยังคงมีความไร้รูปร่างที่แน่นอน ซึ่งเป็นในแนวทางเดียวกันกับสัมประสิทธิ์แรงยกแต่ขนาดของแอมพลิจูดของสัมประสิทธิ์แรงต้านในแต่ละช่วงเวลาที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาดที่ต่ำกว่าอันเนื่องมาจากการแผ่ขยายของกระแสลมวนจากขอบบนและขอบล่างที่สลับไปมานั้นแผ่ออกไปสู่ผิวด้านหลังของทรงกลม ก่อให้เกิดพิสัยความแตกต่างระหว่างความดันด้านหน้าและด้านหลังทรงกลมในแต่ละช่วงเวลาไม่มากนัก อย่างไรก็ตามยังพบว่าหากทรงกลมมีการหมุนด้วยอัตราการหมุนไร้หน่วยถึง 5 แล้วก็ยังไม่ทำให้การไหลอยู่ในสภาวะคงตัวเนื่องจากรูปร่างของกราฟยังไม่เป็นเส้นตรง

### 3) ผลการสอบเทียบแรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง

เมื่อทำการสอบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งกับการทดลองก่อนหน้า (Achenbach, 1972) (Sareen et al, 2019) และการวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธี Large Eddy Simulation (LES) ที่มีความแม่นยำที่สูง (Poon et al., 2009) (Constantinescu & Squires, 2003) ดังตารางที่ 5.1 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 พบว่า แบบจำลองการไหล the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress model ให้ผลการสอบเทียบที่ดีเพราะได้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่ใกล้เคียงกับค่าอ้างอิงสอบเทียบ สำหรับแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Linear และ Quadratic high Re  $k-\epsilon$  model ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่แสดงถึงการไหลผ่านมีความไม่สมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหลมาก โดยเฉพาะ the Quadratic high Re  $k-\epsilon$  model ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์แรงยกขนาดนี้แสดงถึงการแผ่ขยายของกระแสลมวนเพียงด้านเดียวมีรูปแบบการไหลคล้ายกับสภาวะช่วงเรย์โนลด์วิกฤติ

ตารางที่ 5.1 สัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่การไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งในการวิเคราะห์ที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000

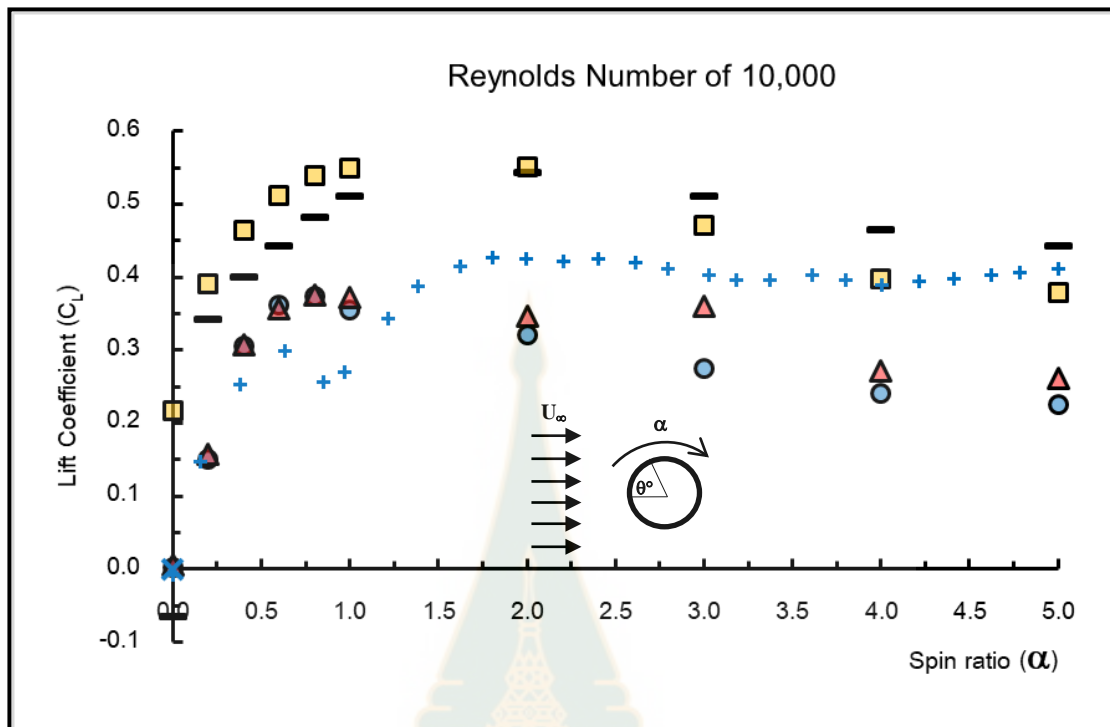
ผลงานวิจัย	สัมประสิทธิ์แรงพลศาสตร์	
	แรงยก	แรงต้าน
Experiment: Achenbach (1972)	ไม่แสดงผล	0.41
Experiment: Sareen et al (2019) Re 27,500	0.00	0.54
the LES simulation: Poon <i>et al.</i> (2009)	0.00	0.39
the LES simulation: Constantinescu and Squires (2003)	0.00	0.39
<b>(งานวิจัยนี้)</b>		
the Navier - Stoke Equation (Laminar Model)	0.00	0.48
the Linear high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผิว standard wall function	-0.06	0.37

the Quadratic high Re k- $\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผิว standard wall function	0.21	0.42
the Reynolds Stress Model ประกอบด้วย สมการที่ผิว standard wall function	0.00	0.48

#### 4) ผลวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหมุน

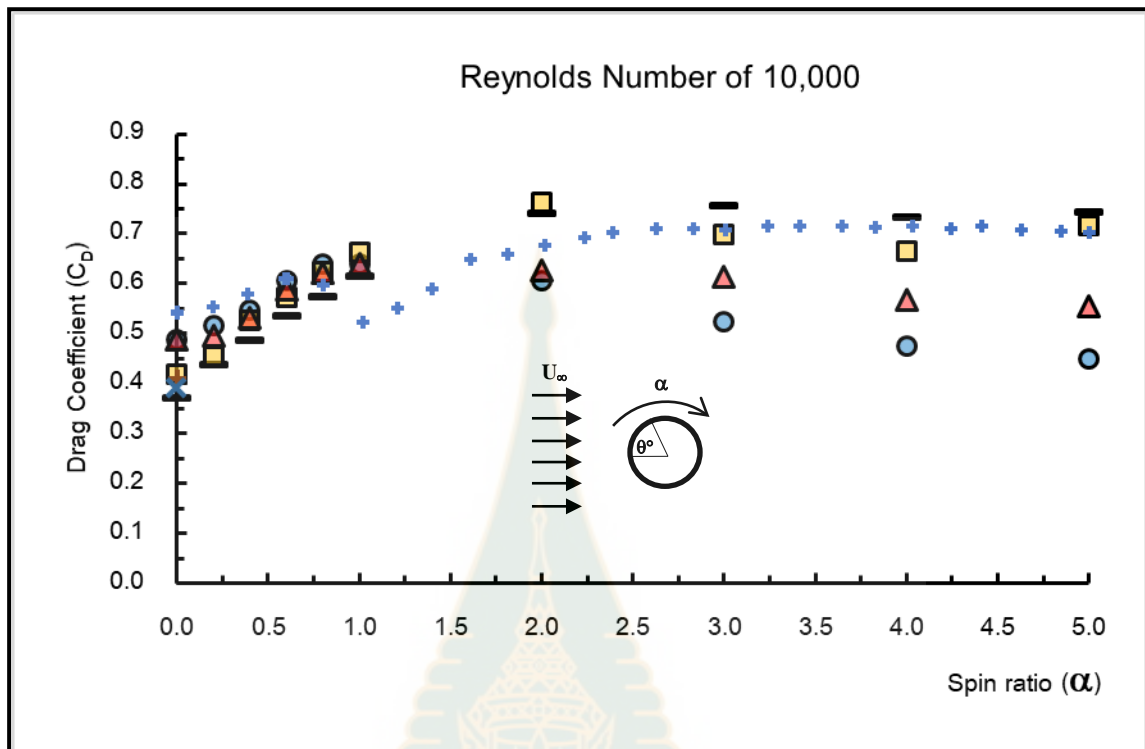
การวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลมที่หมุนนั้นแสดงดังภาพที่ 5.3 โดยเมื่อทำการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นในสภาวะการหมุนไร้หน่วยถึง 5 นั้น แต่ละแบบจำลองได้แสดงถึงค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่มีขนาดสูงสุดอยู่ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ไม่เกิน 2 ซึ่งเป็นข้อมูลที่สำคัญในการใช้ออกแบบอัตราการหมุนใช้งานที่ใช้งานได้ต้องการโดยไม่พุ่มเพื่อยการหมุนที่เร็วเกินไป โดยมีกราฟที่วิเคราะห์ได้เป็นไปในแนวทางเดียวกันกับการทดลองของ Sareen *et al.* (2019) อย่างไรก็ตามพบว่าการไหลผ่านทรงกลมที่หมุนนั้นขนาดสัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นถือว่ามึปริมาณน้อยไม่เกิน 1 เมื่อเปรียบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกที่หมุนดังข้อมูลในรายงานวิจัยบทที่ 2

สำหรับการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะอัตราการหมุนไร้หน่วยต่ำกว่า 2 ทุกแบบจำลองการไหลปั่นป่วนให้ผลลัพธ์ค่าที่ใกล้เคียงกับการทดลองของ Sareen *et al.* (2019) และที่อัตราการหมุนไร้หน่วยสูงกว่านั้นการวิเคราะห์ผลด้วย the Linear และ Quadratic high-Re k- $\epsilon$  Model ค่อนข้างใกล้เคียงกัน และการวิเคราะห์การไหลด้วย the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model ก็ให้ผลใกล้เคียงกันเช่นกัน ผลการทำนายสัมประสิทธิ์แรงต้านของแบบจำลองการไหลปั่นป่วนที่เกิดขึ้นนี้แสดงให้เห็นว่าแรงต้านจะมีขนาดไม่เปลี่ยนแปลงกันมากระหว่างช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยที่มากกว่า 2 เป็นต้นไป



(n)





(ข)

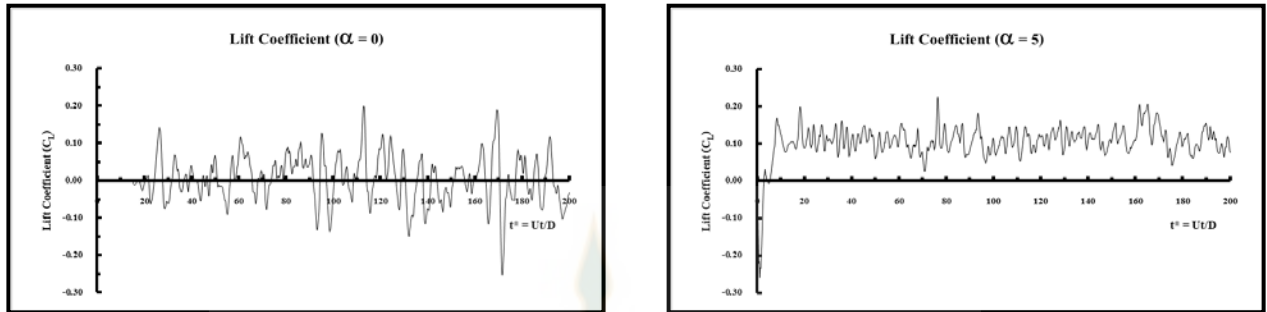
● Laminar    — Linear    ■ Quad    ▲ RSM    + Exp Sareen et al (2019) Re 27,500  
 + Exp Achenbach (1972)    × LES [Constantinescu and Squires (2003)]

ภาพที่ 5.3 ผลการวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000

5.1.2 Reynolds number 70,026 (ช่วง sub-critical Reynolds number) สอบเทียบด้วยผลการทดลอง

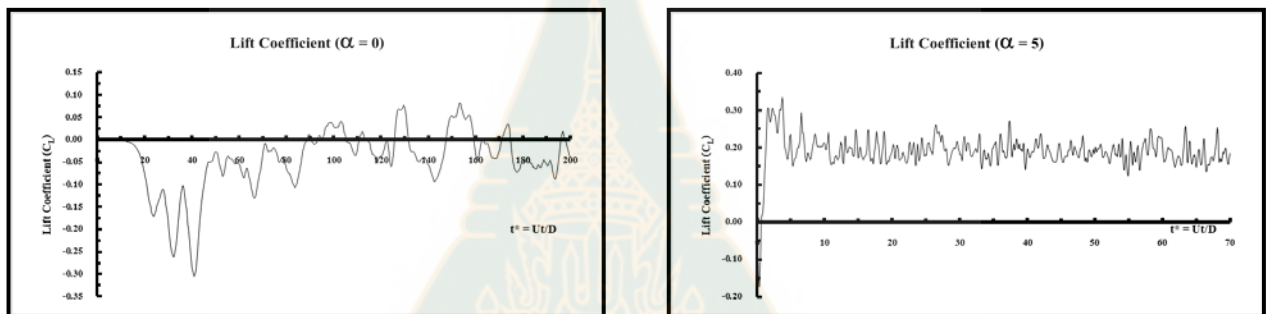
1) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

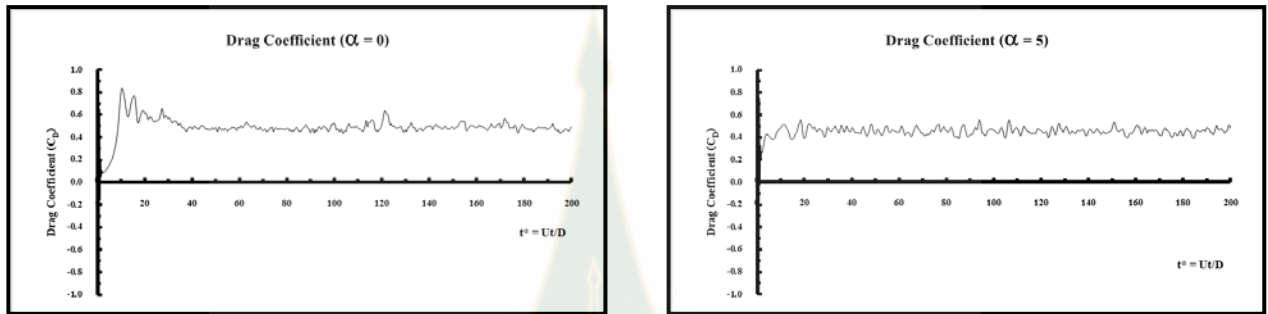
ภาพที่ 5.4 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.4 แสดงถึงรูปแบบของสัมประสิทธิ์แรงยกที่กระทำกับวัตถุทรงกลมในระนาบ 3 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 นั้นมีความกวัดแกว่งเช่นเดียวกับที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 อย่างไรก็ตาม การทำนายผลที่สภาวะการไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่ง โดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Reynolds Stress Model ในช่วงเวลาเริ่มต้นที่  $t^* < 90$  นั้น เกิดพฤติกรรม Reversal Magnus Force เกิดขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากตำแหน่งของ The Stagnation Point ที่เป็นจุดที่เกิดการแยกตัวของของไหลอิสระ เนื่องจากไม่สามารถไหลผ่านในแนวขนานกับทิศทางการไหลอิสระได้ทำให้เกิดการเปลี่ยนทิศทางการไหลอันเนื่องมาจากความดันที่สูง จึงทำให้ลักษณะทิศทางของแรงยกตรงข้ามกับการวิเคราะห์โดยแบบจำลอง the Navier-Stokes Equation สำหรับรูปร่างแอมพลิจูดของกราฟหรือความรู้รูปร่างของกราฟอธิบายได้ไปในแนวทางเดียวกันกับที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 ซึ่งอยู่ในช่วงเรย์โนลด์ที่มีลักษณะเลขเอร์ที่ผนังกับบริเวณกระแสวนหลังทรงกลมแบบเดียวกัน



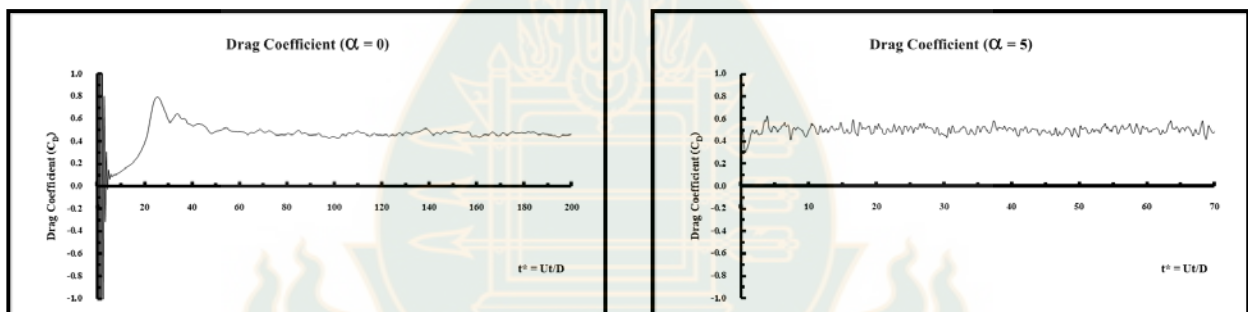
2) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

ภาพที่ 5.5 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.5 แสดงถึงสัมประสิทธิ์แรงต้านที่ของไหลกระทำกับทรงกลม ที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 ลักษณะของกราฟยังคงมีความไร้รูปร่างที่แน่นอน ซึ่งเป็นในแนวทางเดียวกันกับสัมประสิทธิ์แรงยก ที่น่าสังเกตการทำนายผลการไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่ง โดยแบบจำลอง The Reynolds Stress Model มีแอมพลิจูดที่น้อยซึ่งแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของความดันของกระแสน้ำด้านหลังที่แผ่มาจากขอบบนและขอบล่างของทรงกลมมีขนาดที่น้อย นอกจากนี้ยังพบว่าพฤติกรรมการณ์หมุนของทรงกลมยังไม่สามารถยับยั้งการเกิด the vortex shedding ได้ สังเกตได้จากการหมุนด้วยอัตรา

การหมุนไร้หน่วยถึง 5 แล้วก็ยังไม่ทำให้การไหลอยู่ในสภาวะคงตัวได้เนื่องจากรูปร่างของกราฟยังไม่คงที่

### 3) ผลการสอบเทียบแรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง

เมื่อทำการสอบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งกับการทดลองก่อนหน้า (Achenbach, 1972) (Kray et al., 2012) ดังตารางที่ 5.2 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 พบว่า แบบจำลองการไหล the Navier-Stokes Equation และ the Linear และ Quadratic-high Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ให้ผลการสอบเทียบที่ดีเพราะได้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่ใกล้เคียงกับค่าอ้างอิงสอบเทียบ

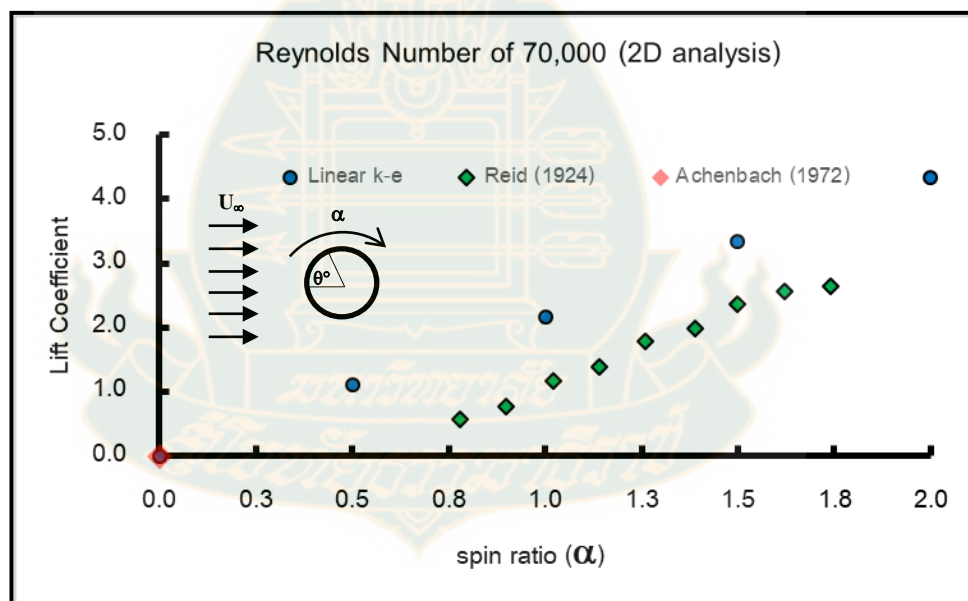
ตารางที่ 5.2 สัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่การไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งในการวิเคราะห์ที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026

ผลงานวิจัย	สัมประสิทธิ์แรงพลศาสตร์	
	แรงยก	แรงต้าน
Experiment: Achenbach (1972)	ไม่แสดงผล	0.51
Experiment: Kray et al (2012) Re 68,000	0.00	0.57
<b>(งานวิจัยนี้)</b>		
the Navier - Stoke Equation (Laminar Model)	0.00	0.49
the Linear high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.00	0.34
the Quadratic high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.00	0.39
the Reynolds Stress Equation Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.00	0.46

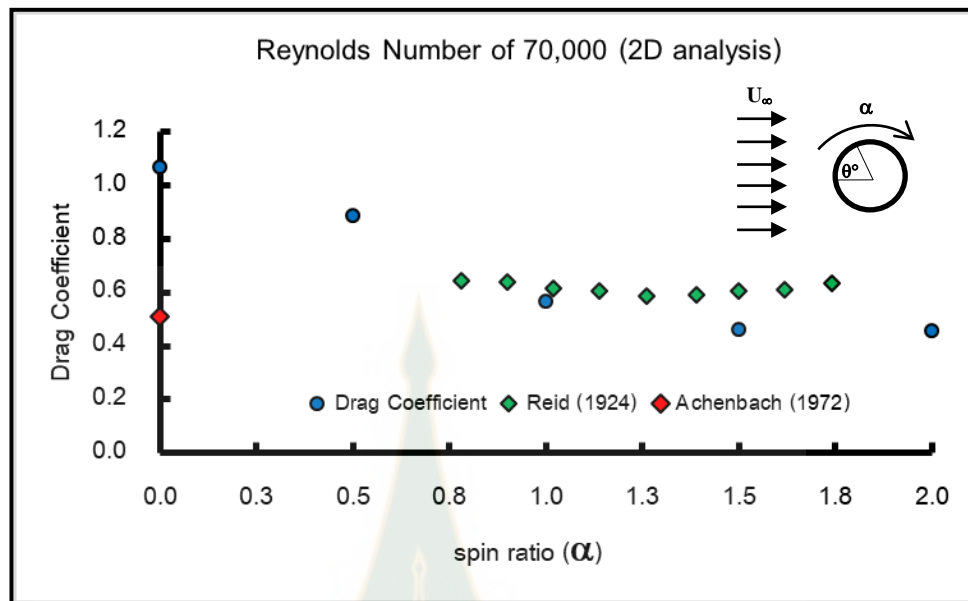
#### 4) ผลวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหมุน

##### ก) การไหลผ่านวงกลมใน 2 มิติ

ภาพที่ 5.6ก แสดงผลการวิเคราะห์หาค่าสัมประสิทธิ์แรงยก (lift coefficient) และภาพที่ 5.6ข แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงต้าน (drag coefficient) เมื่อของไหลไหลผ่านรูปร่างกลมที่หยุดนิ่งจะไม่เกิดแรงยกซึ่งแสดงโดยค่าสัมประสิทธิ์แรงยกเป็น 0 แต่จะเกิดแรงต้านที่ 1.07 ซึ่งมีความมากกว่าการทดลองของไหลไหลผ่าน "ทรงกลม" ของ Achenbach (1972) และของไหลไหลผ่าน "ทรงกระบอก" ของ Reid (1924) ที่ได้ค่าที่ 0.51 และ 0.65 ตามลำดับ ในขณะที่วัตถุหน้าตัดวงกลมที่หมุนนั้น มีผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จาก 0 เป็น 4.33 และค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านมีแนวโน้มลดลงจาก 1.07 เป็น 0.46 ที่ค่าการหมุนไร้หน่วยที่ 2 ซึ่งจากแนวโน้มที่เป็นไปในแนวทางเดียวกันของการทำนายด้วยการศึกษาเชิงคำนวณของวงกลม 2 มิติของหน้าตัดวงกลมครั้งนี้กับการทดลองการไหลผ่านทรงกระบอกที่หมุน ทำให้ระบุได้ว่าการพิจารณาการไหลผ่านทรงกลมโดยพิจารณาจากวัตถุตัวกลางที่เป็นวงกลมใน 2 มิติไม่สามารถใช้ทำนายพฤติกรรมการไหลผ่านของทรงกลมใน 3 มิติได้ เนื่องจากผลการวิเคราะห์ที่ได้จะบ่งบอกถึงการไหลผ่านทรงกระบอกใน 2 มิติได้เท่านั้น



(ก)



(ข)

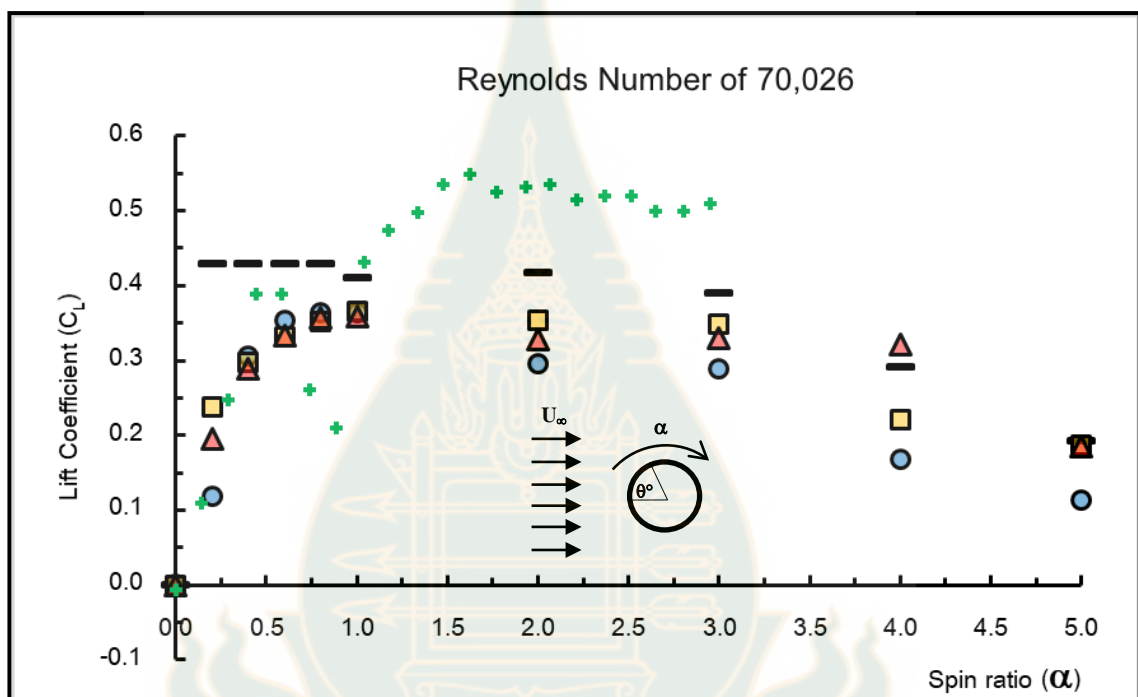
ภาพที่ 5.6 ผลการวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวงกลมที่หมุนในการวิเคราะห์แบบ 2 มิติ  
สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026

### ข) การไหลผ่านวงกลมใน 3 มิติ

การวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลมที่หมุนใน 3 มิติ นั้นแสดงดังภาพที่ 5.7 โดยเมื่อทำการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นในสภาวะการหมุนไร้หน่วยถึง 5 นั้น แต่ละแบบจำลองได้แสดงถึงค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่มีขนาดสูงสุดอยู่ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ไม่เกิน 1 ดังนี้ คือ 0.36 0.42 0.36 และ 0.36 และลดลงจนกระทั่งคงที่ ด้วยการทำนายจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the high-Re Linear k- $\epsilon$  model และ the high-Re Quadratic k- $\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ตามลำดับ ซึ่งเป็นข้อมูลที่สำคัญในการใช้ออกแบบอัตรการหมุนใช้งานที่ต้องการโดยไม่พุ่มเพื่อยการหมุนที่เร็วเกินไป โดยมีกราฟที่วิเคราะห์ได้เป็นไปในแนวทางเดียวกันกับการทดลองของ Kray, Franke and Frank (2012) อย่างไรก็ตามพบว่าการไหลผ่านทรงกลมที่หมุนนั้นขนาดสัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นถือว่าไม่ปริมาณน้อยไม่เกิน 1 เมื่อเปรียบเทียบการไหลผ่านทรงกระบอกในระนาบ 2 มิติ ตามภาพที่ 5.6(ก)

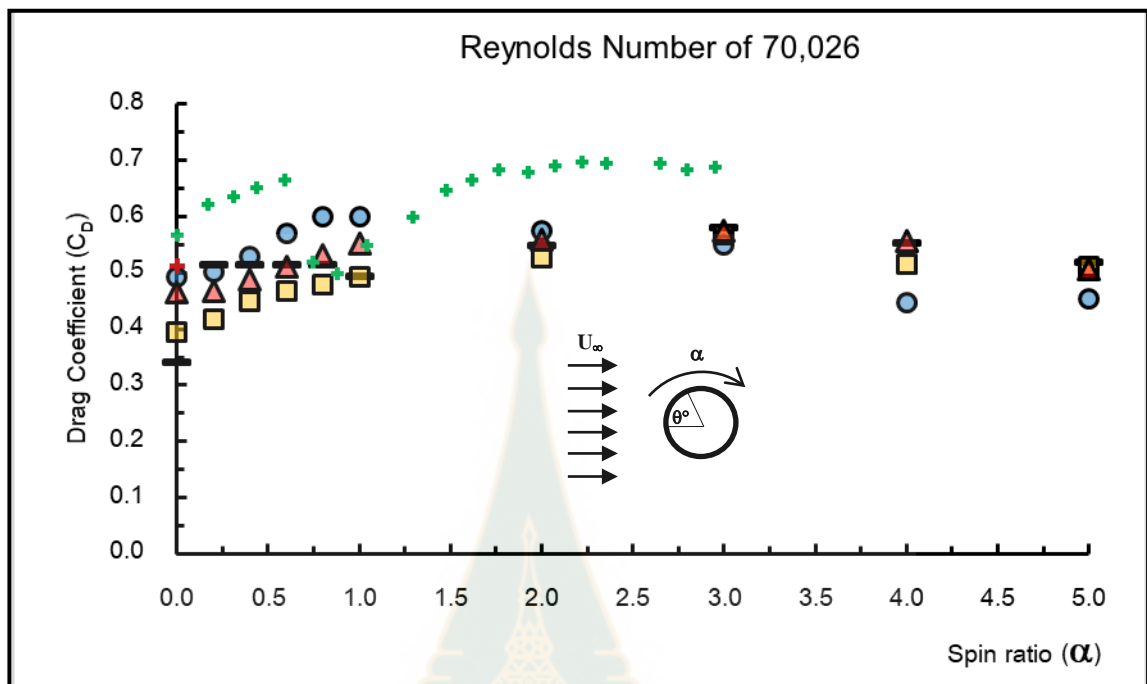
สำหรับการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะเรย์โนลด์นี้มีลักษณะใกล้เคียงกันกับที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 ซึ่งพฤติกรรมการหมุนของทรงกลมยังไม่สามารถยับยั้งการเกิดแรงต้านได้

หมด แต่อย่างไรก็ตามการเพิ่มขึ้นของแรงต้านได้คงตัวจนกระทั่งอัตราการหมุนไร้หน่วยถึง 2 ทุกแบบจำลองการไหลปั่นป่วนให้ผลลัพธ์ค่าที่ใกล้เคียงกับการทดลองของ Sareen *et al.* (2019) และที่อัตราการหมุนไร้หน่วยสูงกว่านั้นการวิเคราะห์ผลด้วยทุกแบบจำลองการไหลปั่นป่วนค่อนข้างใกล้เคียงกัน ผลการทำนายสัมประสิทธิ์แรงต้านของแบบจำลองการไหลปั่นป่วนที่เกิดขึ้นนี้แสดงให้เห็นว่าแรงต้านจะมีขนาดไม่เปลี่ยนแปลงกันมากและถือว่ามีขนาดเกิดขึ้นน้อยกว่า 0.58 และ 0.6 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 3 และ 1 สำหรับแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Reynolds Stress Model และ แบบจำลองการไหลทั่วไป the Navier-Stokes Equation ตามลำดับ



+ Exp Kray et al (2012) Re 68,000      + Exp Achenbach (1972)  
 ● Laminar      - Linear      ■ Quad      ▲ RSM

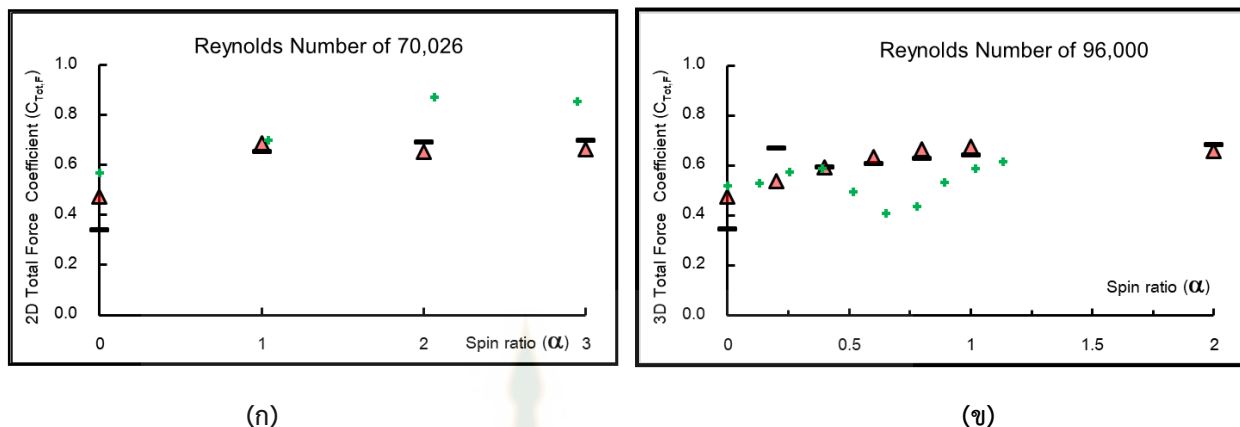
(ก)



+ Exp Kray et al (2012) Re 68,000      + Exp Achenbach (1972)  
 ● Laminar      — Linear      □ Quad      ▲ RSM  
 (ข)

ภาพที่ 5.7 ผลการวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026

อย่างไรก็ตามยังพบความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นอย่างชัดเจนแต่ไม่มีผลต่อการขับเคลื่อนวัตถุทรงกลมในการนำไปใช้จริงตามภาพที่ 5.7 เมื่อเทียบกับการไหลผ่านทรงกระบอกที่หมุนตามการอ้างอิงในภาพที่ 2.1 ที่สภาวะเรย์โนลด์ 69,000 อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 1.6 ได้สัมประสิทธิ์แรงยกที่ 2.6 ในขณะที่การวิเคราะห์เชิงคำนวณในกรณีทรงกลมได้สัมประสิทธิ์แรงยกน้อยกว่า 0.5 จึงถือได้ว่าแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นในองค์ประกอบแรงยกและแรงต้านมีขนาดไม่มากนัก ทำให้เมื่อเกิดการคาดเคลื่อนเล็กน้อยแต่จะส่งผลให้ร้อยละความคลาดเคลื่อนมาก โดยเมื่อทำการวิเคราะห์ผลการทดลองที่สภาวะการหมุนไร้หน่วยมากกว่า 1 จะพบความคลาดเคลื่อนของการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่น้อยกว่าผลการทดลองของ Kray et al. (2012) อยู่ประมาณ 0.1 – 0.2 ตามแต่ละชนิดของแบบจำลองคณิตศาสตร์การไหลปั่นป่วนและทั่วไป ถึงแม้ว่าการพิจารณาจะอยู่ที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ 70,026 ซึ่งสูงกว่าสภาวะเรย์โนลด์ที่ 68,000 ของ Kray et al. (2012) แต่ผลของความแตกต่างของสภาวะเรย์โนลด์ที่ไม่มากนักนี้ไม่จัดเป็นเหตุผลของความแตกต่างของปริมาณแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้น



ภาพที่ 5.8 สัมประสิทธิ์แรงลัพธ์ที่กระทำกับทรงกลมที่หมุน (ก) แรงลัพธ์ 2 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 และ (ข) แรงลัพธ์ 3 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000

สำหรับปัจจัยของผลความแตกต่างสามารถอธิบายได้ 3 ปัจจัย คือ ปัจจัยที่ 1 คือ ข้อมูลแรงลัพธ์ต้องพิจารณาจากองค์ประกอบของแรง 3 มิติ ซึ่งภาพที่ 5.8 (ก) เป็นการพิจารณาข้อมูลจากแรง 2 มิติ ซึ่งที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 และอัตราการหมุนไร้หน่วยตั้งแต่ 1 ผลการวิเคราะห์เชิงคำนวณยังมีความแตกต่างกับการทดลองประมาณ 20% ในขณะที่ ภาพที่ 5.8 (ข) ได้ผลใกล้เคียงกันแต่สัมประสิทธิ์แรงต้านที่ภาพที่ 5.11 มีความแตกต่างกันที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 1 ซึ่งเป็นปัจจัยเกี่ยวเนื่องไปยังปัจจัยที่ 2 คือ มุมหรือทิศทางเวกเตอร์ของแรงระหว่างแต่ละแรงย่อยเทียบกับแรงลัพธ์ มีผลที่คลาดเคลื่อน โดยการวิเคราะห์นี้ใช้การวิเคราะห์ทางอ้อมจากแรงลัพธ์ใน 3 มิติที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 และปัจจัยที่ 3 คือ การศึกษาเชิงคำนวณให้ผลลักษณะเลย์เออร์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ ตำแหน่งของ the stagnation point ซึ่งเมื่อมีขนาด azimuthally angle ที่เล็กกว่าทำให้ได้สัมประสิทธิ์แรงยกที่ต่ำกว่าการทดลอง (หัวข้อที่ 5.5) หรือการกระจายตัวของความดันที่มีขนาดพิสัยของความดันที่น้อยกว่าทำให้ได้สัมประสิทธิ์แรงยกที่ต่ำกว่าการทดลอง (หัวข้อที่ 5.5) หรือ ตำแหน่งของมุมแยกตัวที่มากกว่าการทดลองทำให้สัมประสิทธิ์แรงต้านน้อยกว่าการทดลอง (หัวข้อที่ 5.5 และ 5.7)

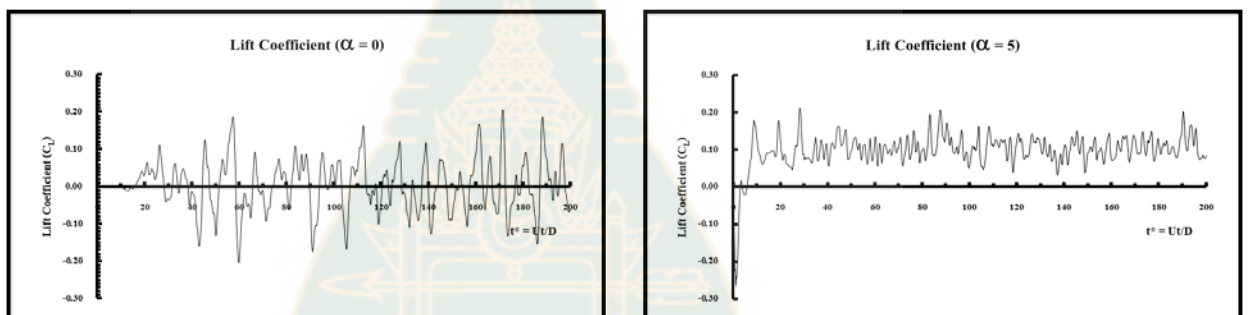
นอกจากนี้ที่ที่สภาวะอัตราการหมุนไร้หน่วยระหว่าง 0.6-0.8 จะพบว่าผลการทดลองก่อนหน้าได้แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่ลดลงอย่างทันทีทันใด ซึ่งทำให้การวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วนทั้งหมดเกิดข้อจำกัดในการทำนายผลที่แม่นยำในช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยนี้ สาเหตุเกิดจากลักษณะเลย์เออร์ที่ผนังทรงกลมเกิดการลดสภาพการไหลปั่นป่วนสู่ช่วงการปรับเปลี่ยนตัวระหว่างการไหลแบบราบเรียบ-ปั่นป่วนขึ้น ซึ่งระดับความเข้มของการไหลแบบปั่นป่วนลดลงตาม (Aoki & Ito, 2001) และส่งผลให้ตำแหน่งของ the azimuthally angle ของ ตำแหน่ง the stagnation point มีมุมที่ลดลงทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกลดน้อยลงในช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยนี้ จาก

ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นที่มีลักษณะการลดลงทันทีทันใดของสัมประสิทธิ์แรงยกนี้ จะแสดงผลในช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยน้อยกว่า 1 ช่วงอื่นตามสภาวะเรย์โนลด์ที่สูงกว่านี้ที่ถูกทดสอบในงานวิจัยนี้

**5.1.3 Reynolds Number 96,000** (ช่วง sub-critical Reynolds number) สอบเทียบด้วยผลการทดลอง

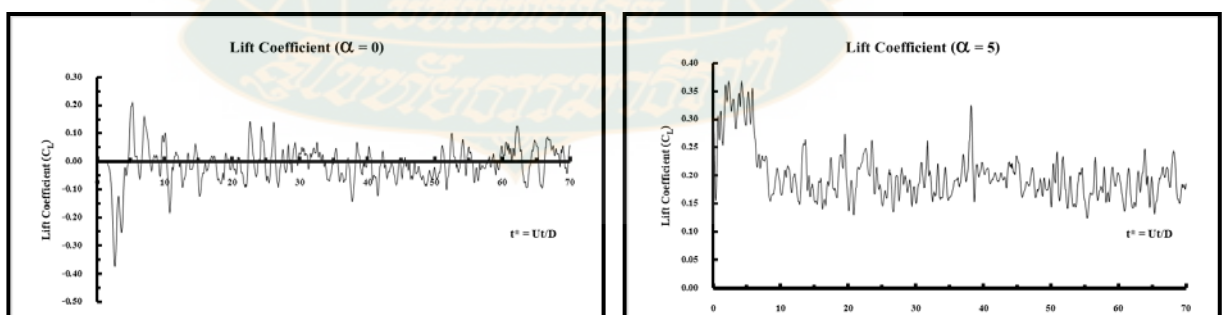
1) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

ภาพที่ 5.9 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

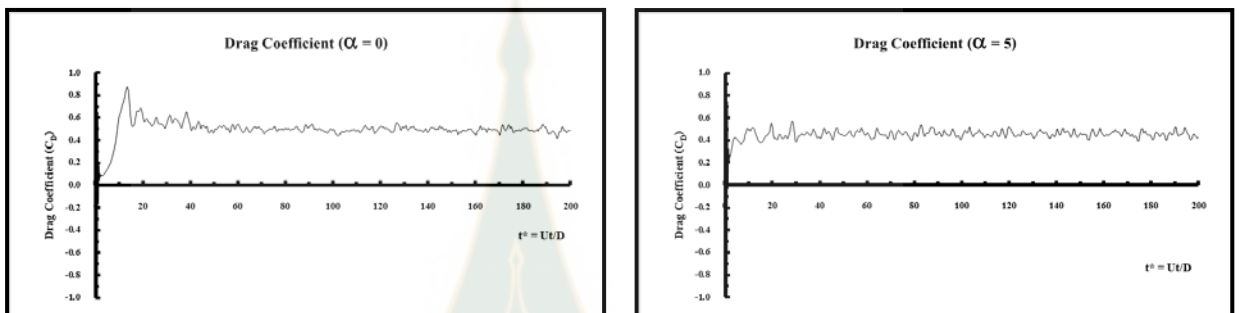


ภาพที่ 5.9 แสดงถึงรูปแบบของสัมประสิทธิ์แรงยกที่กระทำกับวัตถุทรงกลมในระนาบ 3 มิติ นั้นมีความกว้างที่มากเช่นเดียวกับที่สถานะเรย์โนลด์ 10,000 และ 70,026 ซึ่งระดับความกว้างของแอมพลิจูดที่สถานะการไหลผ่านวัตถุทรงกลมในสถานะหยุดนิ่งด้วยแบบจำลอง the Navier-Stokes Equation นั้นส่งผลให้เกิดการกวัดแกว่งที่กว้างกว่าการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลอง the Reynolds Stress Model ในขณะที่การวิเคราะห์ในสถานะการหมุนด้วยแบบจำลอง the Reynolds Stress Model ให้แอมพลิจูดที่สูงกว่า ในทำนองเดียวกันกับการอธิบายผลที่สถานะเรย์โนลด์ก่อนหน้าซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับพิสัยความดันที่เกิดรอบตัวทรงกลมนั่นเอง และการวิเคราะห์ผลจากทั้งสองแบบจำลองนี้ ได้แสดงถึงพฤติกรรมที่อยู่นอกช่วงการไหลวิกฤติ (the critical Reynolds number range) ซึ่งเกิดการแผ่เส้นทางกระแสวนสลับจากขอบด้านบนและขอบล่างของทรงกลม



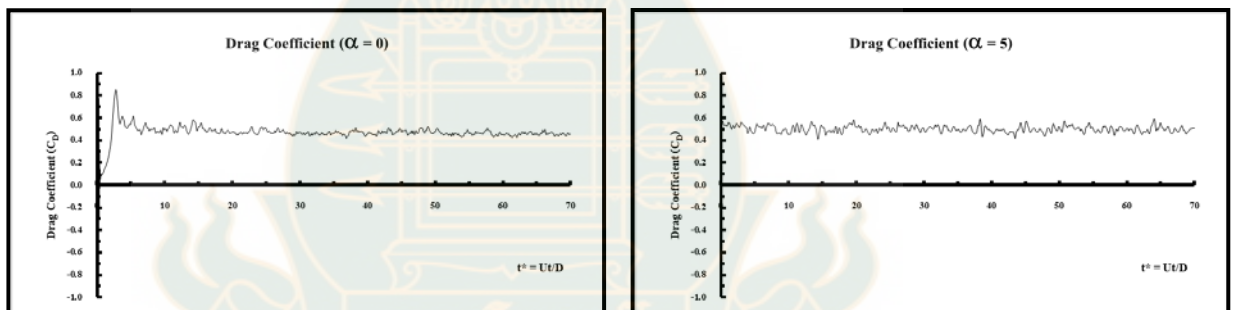
2) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ Reynolds Stress Model

#### สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

#### สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

ภาพที่ 5.10 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.10 แสดงถึงสัมประสิทธิ์แรงต้านที่ของไหลกระทำกับทรงกลม การวิเคราะห์ผลผ่านวัตถุทรงกลมในสภาวะหยุดนิ่งทั้งสองแบบจำลองนี้แสดงการไร้แรงต้านจากช่วงเวลาไร้หน่วยเริ่มต้นแล้วเพิ่มขึ้นที่เวลาไร้หน่วยที่ 3 แล้วจึงลดลงสู่ค่าแรงต้านเฉลี่ยคงตัว ลักษณะของกราฟยังคงมีความไร้รูปร่างที่แน่นอน ซึ่งเป็นในแนวทางเดียวกันกับสัมประสิทธิ์แรงยก แต่ขนาดของแอมพลิจูดของสัมประสิทธิ์แรงต้านในแต่ละช่วงเวลาที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาดต่ำกว่าสัมประสิทธิ์แรงยก และหากทรงกลมมีการหมุนด้วยอัตราการหมุนไร้หน่วยถึง 5 แล้วก็ยังไม่ทำให้การไหลอยู่ในสภาวะคงตัวเนื่องจาก

รูปร่างของกราฟยังไม่เป็นเส้นตรง ซึ่งสามารถอธิบายพฤติกรรมที่เกี่ยวข้องดังเช่นสภาวะเรย์โนลด์ก่อนหน้า

### 3) ผลการสอบเทียบแรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง

เมื่อทำการสอบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งกับการทดลองก่อนหน้า (Achenbach, 1972) (Kray et al., 2012) (Kray et al., 2014) (Kim et al., 2013) (Norman et al., 2011) ดังตารางที่ 5.3 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 พบว่า การทดลองของ Kray, Franke and Frank (2014) และ Norman, Kerrigan and McKeon (2011) ได้ผลลัพธ์แบบแรงไม่สมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหลเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์แรงยกมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ สำหรับแบบจำลองการไหล the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stresses Model ให้ผลการสอบเทียบที่ดีเพราะได้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่ใกล้เคียงกับค่าอ้างอิงสอบเทียบ

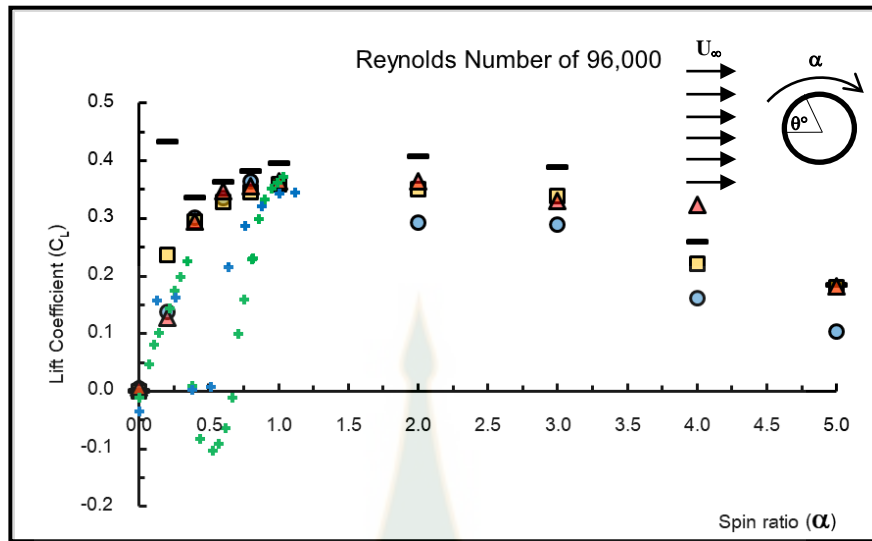
ตารางที่ 5.3 สัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่การไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งในการวิเคราะห์ที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000

ผลงานวิจัย	สัมประสิทธิ์แรงพลศาสตร์	
	แรงยก	แรงต้าน
Experiment: Achenbach (1972)	ไม่แสดงผล	0.50
Experiment: Kray et al (2012) Re 96,000	0.01	0.52
Experiment: Kray et al (2014) Re 96,000	-0.03	0.50
Experiment: Kim et al (2013) Re 100,000	0.00	0.52
Experiment: Norman et al (2011) Re 110,000	0.07	ไม่แสดงผล
<b>(งานวิจัยนี้)</b>		
the Navier - Stoke Equation Model (Laminar Model)	0.00	0.49
the Linear high Re k- $\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.00	0.34
the Quadratic high Re k- $\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.00	0.40
the Reynolds Stress Equation Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	-0.02	0.46

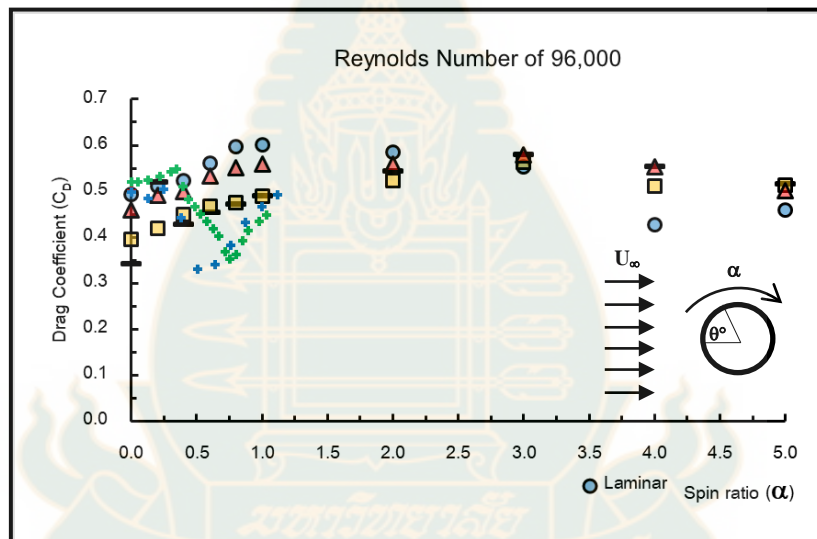
#### 4) ผลวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหมุน

การวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลมที่หมุนนั้นแสดงดังภาพที่ 5.11 โดยเมื่อทำการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นในสภาวะการหมุนไร้หน่วยถึง 5 นั้น แต่ละแบบจำลองได้แสดงถึงค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่มีขนาดสูงสุดอยู่ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ไม่เกิน 2 ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์แรงยกสูงสุดแต่ละแบบจำลอง คือ 0.36 0.40 0.36 และ 0.36 สำหรับการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองการไหลทั่วไปและแบบปั่นป่วน the Navier-Stokes Equation และ the high-Re Linear k- $\epsilon$  model และ the high-Re Quadratic k- $\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ตามลำดับ โดยเมื่ออัตราการหมุนสูงขึ้นจนถึงค่าการหมุนไร้หน่วยที่ 5 นั้นพบว่าทุกแบบจำลองได้ทำนายค่าสัมประสิทธิ์แรงยกลดลงเป็น 0.10 0.18 0.18 และ 0.18 ตามลำดับ นอกจากนี้พบว่าสัมประสิทธิ์แรงยกของการทดลองของ Kim *et al.* (2013) จะมีขนาดน้อยกว่าศูนย์ในช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยระหว่าง 0.4 – 0.7 ซึ่งแสดงถึงปรากฏการณ์ที่ แรงแมกนัสผกผัน (the reversal Magnus effect) แต่การวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วนไม่สามารถให้ค่าแม่นยำในช่วงนี้เนื่องจากแบบจำลองการไหลปั่นป่วนให้ผลที่แม่นยำหากขอบเขตเลเยอร์การไหลที่ผนังเป็นรูปแบบการไหลปั่นป่วนสมบูรณ์ (fully wall turbulent layer) ซึ่งในช่วงการไหลที่อัตราการหมุนไร้หน่วยนี้ลักษณะขอบเลเยอร์การไหลอยู่ในรูปแบบช่วงปรับตัวระหว่างการไหลราบเรียบและการไหลปั่นป่วน และในการวิเคราะห์ครั้งนี้ได้ใช้สมการไหลทั่วไป the Navier-Stokes Equation มาวิเคราะห์เพื่อพิจารณา ลักษณะปรากฏการณ์นี้ยังส่งผลความคลาดเคลื่อนในช่วงพฤติกรรม the reversal Magnus effect ด้วย ซึ่งมีความแตกต่างจากงานวิจัยก่อนหน้าที่วิเคราะห์การไหลในช่วง the reversal Magnus effect ของการไหลผ่านทรงกระบอกที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 130,000 โดยแบบจำลองการไหลทั่วไปนี้สามารถทำการวิเคราะห์ได้ (Ruchayosyothin, 2019)

สำหรับการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะอัตราการหมุนไร้หน่วยถึง 1 ทุกแบบจำลองการไหลทั่วไปและปั่นป่วนให้ผลลัพธ์ที่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และที่อัตราการหมุนไร้หน่วยสูงกว่า 2 นั้น การวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลองต่างๆ ค่อนข้างใกล้เคียงกัน ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0.5 – 0.6 ผลการทำนายสัมประสิทธิ์แรงต้านของแบบจำลองการไหลปั่นป่วนที่เกิดขึ้นนี้แสดงให้เห็นว่าแรงต้านจะมีขนาดไม่เปลี่ยนแปลงกันมากระหว่างช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยที่มากกว่า 2 เป็นต้นไป



(ก)



(ข)

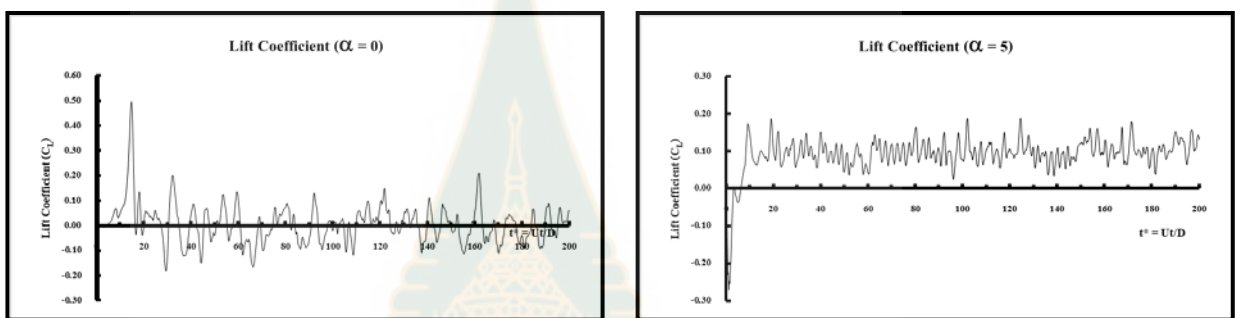
- Laminar
- Linear
- Quad
- ▲ RSM
- + Exp Achenbach (1972)
- + Exp Kim et al (2013) Re 100,000
- + Exp Kray et al (2014) Re 96,000
- + Exp Kray et al (2012) Re 96,000

ภาพที่ 5.11 ผลการวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000

1.4 Reynolds number 134,000 (ช่วง sub-critical Reynolds number) สอบเทียบด้วยผลการทดลอง

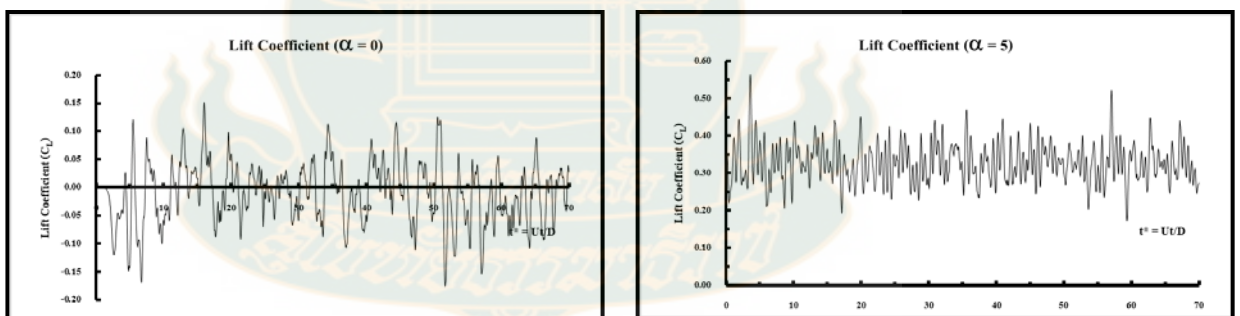
1) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

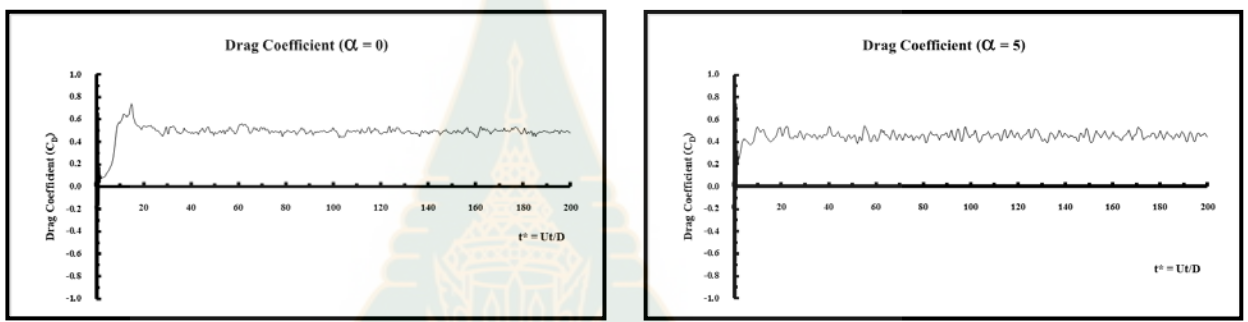
ภาพที่ 5.12 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกที่สภาวะเรย์โนลด์ 134,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.12 แสดงถึงรูปแบบของสัมประสิทธิ์แรงยกที่กระทำกับวัตถุทรงกลมในระนาบ 3 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 134,000 นั้นมีความกวัดแกว่งที่มากขึ้นกว่าที่สภาวะก่อนหน้า โดยเป็นผลมาจากความปั่นป่วนและระดับพลังงานการไหลปั่นป่วนที่มากขึ้น อีกทั้งที่สภาวะเรย์โนลด์นี้เป็นช่วงที่สภาพ

การไหลอยู่ใกล้ช่วงสภาวะการไหลวิกฤต อย่างไรก็ตามการไหลในแต่ละช่วงเวลายังคงเป็นไปอย่างไรทิศทาง แต่ยังคงสื่อถึงการเกิดแผ่ขยายของเส้นทางกระแสน้ำที่เกิดขึ้นจากที่ละขอบระหว่างด้านบนและด้านล่างซึ่งก่อให้เกิดการสลับกันของขนาดความดันที่สูงในแต่ละด้าน

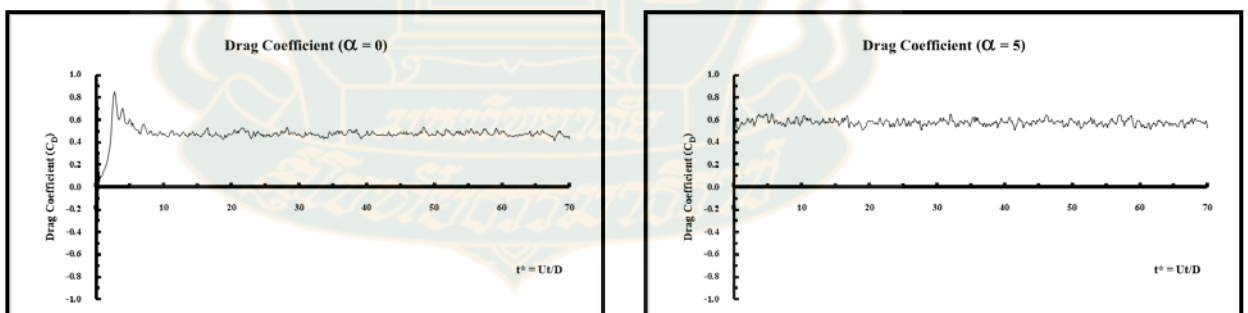
2) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ Reynolds Stress Model

#### สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

#### สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

ภาพที่ 5.13 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะเรย์โนลด์ 134,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.13 แสดงถึงสัมประสิทธิ์แรงต้านที่ของไหลกระทำกับทรงกลม ลักษณะของกราฟยังคงมีความรู้รู่ปร่างที่แน่นอน ซึ่งเป็นในแนวทางเดียวกันกับสัมประสิทธิ์แรงยก แต่ยังคงมีขนาดของ

แอมพลิจูดของสัมประสิทธิ์แรงต้านในแต่ละช่วงเวลาที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาดต่ำกว่าสัมประสิทธิ์แรงยก เนื่องจากการแผ่ขยายของกระแสลมวนจากขอบบนและขอบล่างที่สลับไปมาขึ้นเพื่อออกไปสู่ผิว ด้านหลังของทรงกลมก่อให้เกิดพิสัยความแตกต่างระหว่างความดันด้านหน้าและด้านหลังทรงกลมในแต่ละช่วงเวลาไม่มากนัก อย่างไรก็ตามยังพบว่า หากทรงกลมมีการหมุนด้วยอัตราการหมุนไร้นหน่วยถึง 5 แล้วก็ยังไม่ทำให้การไหลอยู่ในสภาวะคงตัวเนื่องจากรูปร่างของกราฟยังไม่เป็นเส้นตรง

### 3) ผลการสอบเทียบแรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง

เมื่อทำการสอบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งกับ การทดลองก่อนหน้า (Achenbach, 1972) (Kray et al., 2012) (Kim et al., 2013) ดังตารางที่ 5.4 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 พบว่า แบบจำลองการไหล the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stresses Model ให้ผลการสอบเทียบที่ดีที่สุดเพราะได้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่ใกล้เคียงกับค่าอ้างอิงสอบเทียบ สำหรับแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่แสดงถึงการไหลผ่านมีความไม่สมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหลมาก โดยเฉพาะ the Quadratic high-Re  $k-\epsilon$  model ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์แรงยกขนาดนี้แสดงถึงการแผ่ขยายของกระแสลมวนเพียงด้านเดียวมีรูปแบบการไหลคล้ายกับสภาวะช่วงเรย์โนลด์วิกฤติ ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงต้านมีขนาดที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองก่อนหน้า

ตารางที่ 5.4 สัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่การไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งในการวิเคราะห์ที่สภาวะเรย์โนลด์ 134,000

ผลงานวิจัย	สัมประสิทธิ์แรงพลศาสตร์	
	แรงยก	แรงต้าน
Experiment: Achenbach (1972)	ไม่แสดงผล	0.50
Experiment: Kim et al (2013) Re 140,000	0.00	0.52
Experiment: Kray et al (2012) Re 151,000	0.27	0.60
<b>(งานวิจัยนี้)</b>		
the Navier - Stoke Equation Model (Laminar Model)	0.00	0.49
the Linear high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.19	0.36
the Quadratic high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.00	0.40
the Reynolds Stress Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	-0.02	0.48

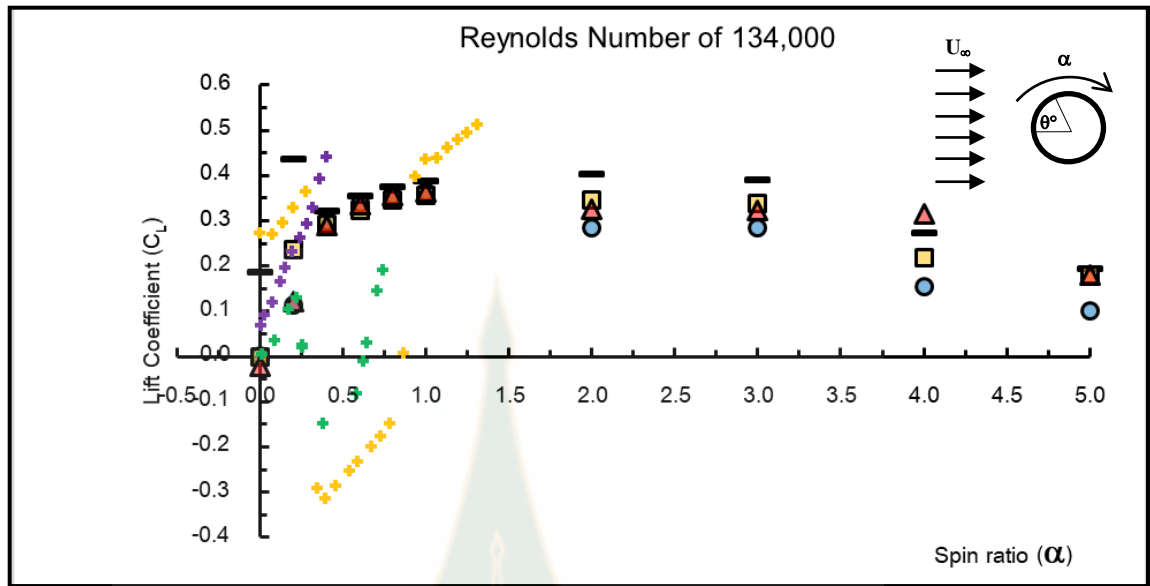


#### 4) ผลวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหมุน

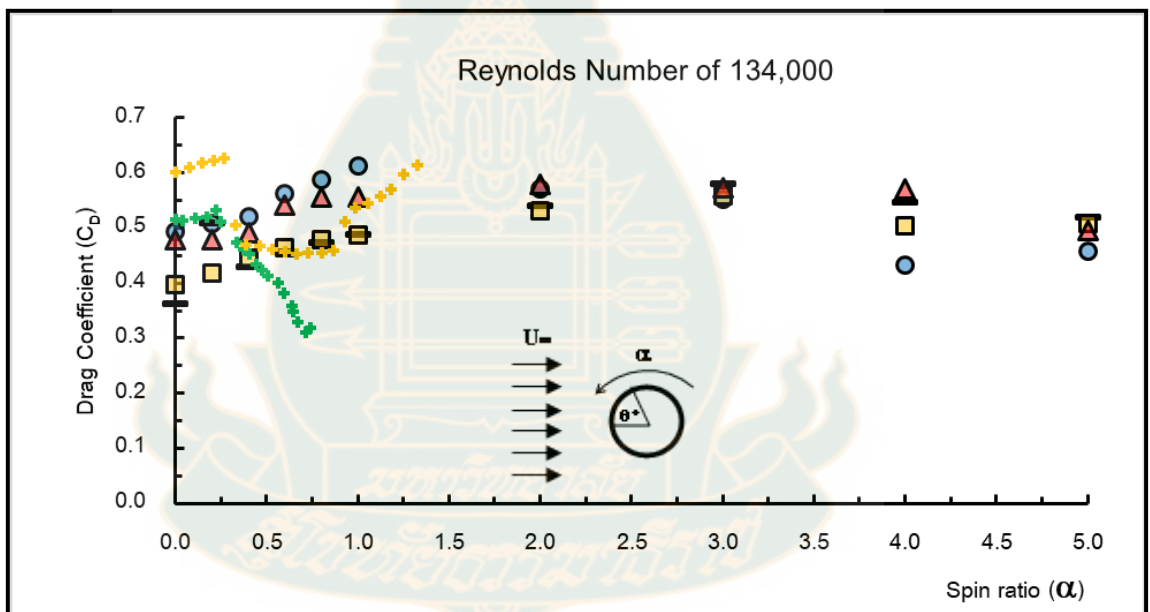
การวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลมที่หมุนนั้นแสดงดังภาพที่ 5.14 โดยเมื่อทำการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นในสภาวะการหมุนไร้หน่วยถึง 5 นั้น แต่ละแบบจำลองให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกสูงสุดดังนี้ แบบจำลองการไหลทั่วไป the Navier-Stoke Equation ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยก 0.36 และแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the high-Re Linear k- $\epsilon$  model และ the high-Re Quadratic k- $\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ให้ค่าสูงสุดที่ 0.40 0.35 และ 0.36 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 1 2 1 และ 1 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าสัมประสิทธิ์แรงยกมีขนาดไม่มากนัก และการวิเคราะห์แบบจำลองนี้ยังไม่สามารถทำนายถึงพฤติกรรมสัมประสิทธิ์แรงยกผกผันที่อัตราการหมุนไร้หน่วยน้อยกว่า 1 ตามการทดลองของ (Kim et al., 2013; Kray et al., 2012) ได้ ซึ่งแนวทางการอธิบายดังที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000

สำหรับการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะอัตราการหมุนถึง 1 นั้น ทุกแบบจำลองการไหลการไหลทั่วไปและการไหลปั่นป่วนให้ผลลัพธ์เพิ่มขึ้นจนถึง 0.61 0.49 0.49 และ 0.56 ด้วยการวิเคราะห์ผลด้วย the Navier-Stokes Equation และ the high-Re Linear k- $\epsilon$  model และ the high-Re Quadratic k- $\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ตามลำดับ ซึ่งเป็นผลมาจากลักษณะขอบเลเยอร์ไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก เช่น ตำแหน่ง stagnation point หรือ separation point หรือ re-attachment point เป็นต้น





(น)



(ข)

● Laminar    — Linear    ■ Quad    ▲ RSM

● Exp Kim et al (2013) Re 140,000    ● Exp Norman et al (2011) Re 110,000

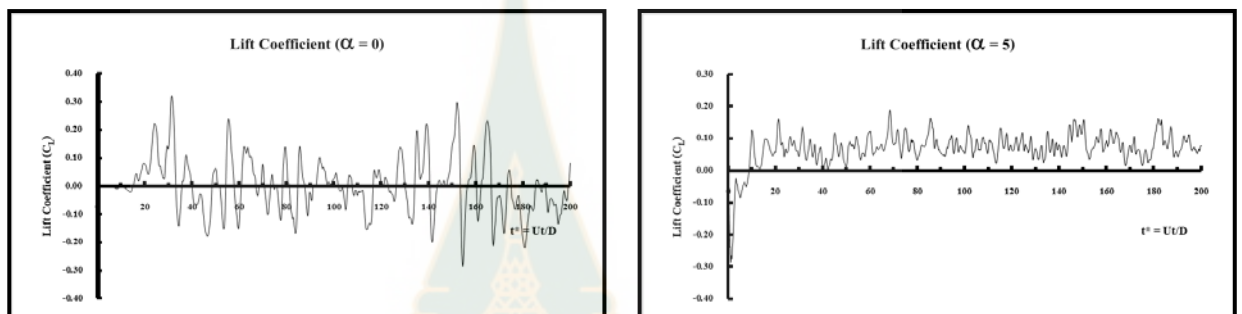
● Exp Achenbach (1972)    ● Exp Kray et al (2012) Re 151,000

ภาพที่ 5.14 ผลการวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุน สัมประสิทธิ์ (น) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 134,000

### 5.1.5 Reynolds number 583,000 สอบเทียบด้วยผลการทดลอง

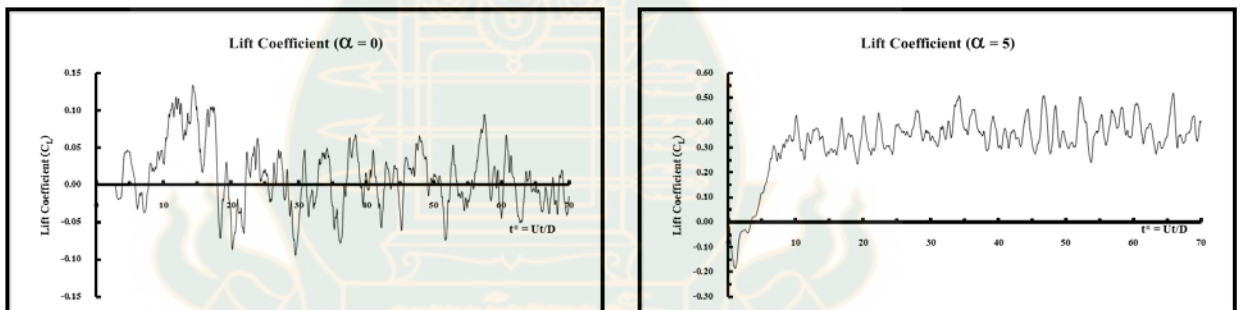
1) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

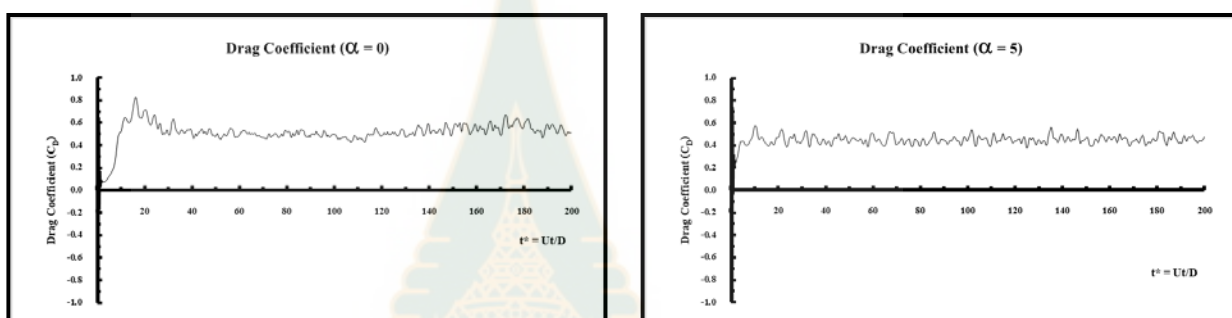
ภาพที่ 5.15 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงยกที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.15 แสดงถึงรูปแบบของสัมประสิทธิ์แรงยกที่กระทำกับวัตถุทรงกลมในระนาบ 3 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 นั้นมีความกวัดแกว่งที่มาก และไร้รูปร่างที่แน่นอน อย่างไรก็ตามลักษณะของกราฟที่สภาวะการหมุนไร้หน่วยที่ 5 นั้น ทั้งสองแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้แสดงสภาวะสัมประสิทธิ์แรงยกผกผัน จนกระทั่งเวลามากขึ้น สัมประสิทธิ์แรงยกจึงมีขนาดมากขึ้นและกวัดแกว่ง

รอบค่าเฉลี่ย critical Reynolds number range) ซึ่งแสดงถึงเกิดการแผ่เส้นทางกระแสน้ำทั้งขอบด้านและขอบบนของทรงกลมและมืองค์ประกอบของแรงกระทำในทิศทางแกนหมุนเกิดขึ้น

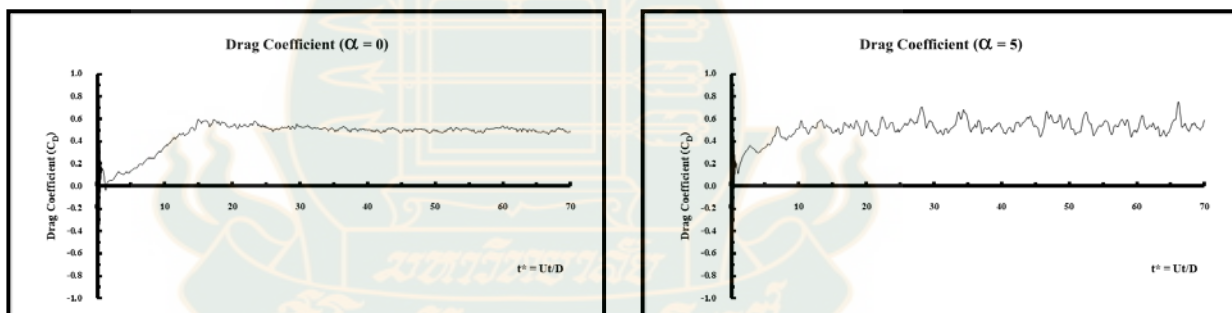
2) ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านของอากาศพลศาสตร์ไหลผ่านทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่ง ( $\alpha = 0$ , ด้านซ้าย) และอัตราการไหลไร้หน่วยที่ 5 ( $\alpha = 5$ , ด้านขวา) ของแต่ละแบบจำลองคณิตศาสตร์ the Navier-Stokes Equation และ the Reynolds Stress Model

#### สมการ the Navier-Stokes (Laminar) Equation



(ก)

#### สมการ the Reynolds Stress Model



(ข)

ภาพที่ 5.16 ค่าเวลาเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สภาวะเรย์โนลด์ 10,000 วิเคราะห์ผลโดยแบบจำลองสมการ the (ก) Navier-Stokes Equation และ (ข) Reynolds Stress Model

ภาพที่ 5.16 แสดงถึงสัมประสิทธิ์แรงต้านที่ของไหลกระทำกับทรงกลม ลักษณะของกราฟยังคงมีความไร้รูปร่างที่แน่นอน และมีขนาดของแอมพลิจูดของสัมประสิทธิ์แรงต้านในแต่ละช่วงเวลาที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาดต่ำกว่าสัมประสิทธิ์แรงยก ดังเช่นการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ก่อนหน้านี้ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลอง the Reynolds Stress Model ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่งมีแอม

ปฏิกิริยาที่ค่อนข้างต่ำ ซึ่งแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงลักษณะการกระจายตัวของความดันในแต่ละช่วงเวลามีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยมาก ในขณะที่การไหลผ่านทรงกลมในสภาวะการหมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วยที่ 5 ยังคงเกิดการแผ่ขยายของกระแสสวนจากขอบด้านบนและด้านล่างของทรงกลมไปยังด้านหลังทรงกลม และมีการเปลี่ยนแปลงลักษณะการกระจายตัวของความดันรอบทรงกลมอย่างต่อเนื่อง

### 3) ผลการสอบเทียบแรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง

เมื่อทำการสอบเทียบการไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งกับการทดลองก่อนหน้านี้ (Achenbach, 1972) (Norman et al., 2011) (Kray et al., 2012) (Kray et al., 2014) ดังตารางที่ 5.4 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 พบว่าแบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่แสดงถึงการไหลผ่านมีความไม่สมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหลมาก และความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์แรงต้านมีขนาดที่น้อยเมื่อเทียบเคียงกับผลการทดลองก่อนหน้านี้

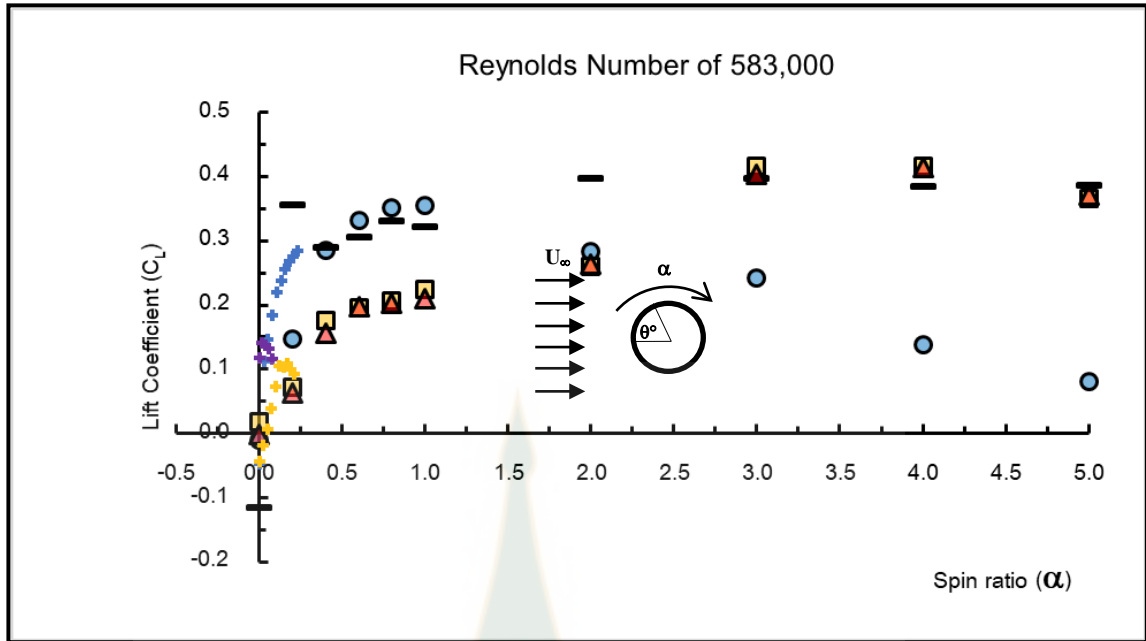
ตารางที่ 5.5 สัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านที่การไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งในการวิเคราะห์ที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000

ผลงานวิจัย	สัมประสิทธิ์แรงพลศาสตร์	
	แรงยก	แรงต้าน
Experiment: Achenbach (1972)	ไม่แสดงผล	0.18
Experiment: Kray et al (2012) Re 497,000	-0.04	0.26
Experiment: Kray et al (2014) Re 462,000	0.00	0.26
Experiment: Norman et al (2011) Re 410,000	0.00	0.12
<b>(งานวิจัยนี้)</b>		
the Navier - Stoke Equation Model (Laminar Model)	-0.01	0.53
the Linear high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.12	0.19
the Quadratic high Re $k-\epsilon$ Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.02	0.41
the Reynolds Stress Model ประกอบด้วย สมการที่ผนัง standard wall function	0.02	0.50

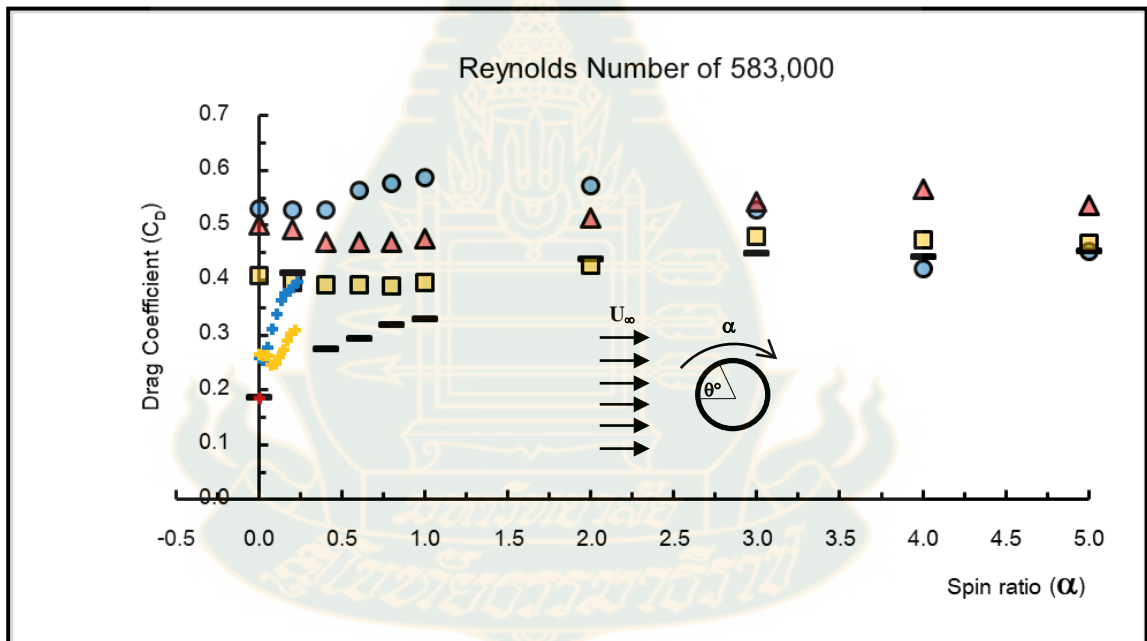
#### 4) ผลวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่สภาวะทรงกลมหมุน

การวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลมที่หมุนนั้นแสดงดังภาพที่ 5.17 โดยเมื่อทำการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงยกที่เกิดขึ้นในสภาวะการหมุนไร้หน่วยถึง 0.5 นั้น แบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Quadratic high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ได้ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงยกที่มีแนวโน้มเดียวกันกับการทดลองของ Kray, Franke and Frank (2012) และเมื่อทำการพิจารณาจนถึงอัตราการหมุนไร้หน่วยที่สูงขึ้น แต่ละแบบจำลองได้ทำนายผลของสัมประสิทธิ์แรงยกสูงสุด ได้เป็น 0.40 0.42 และ 0.41 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 3 4 และ 4 ตามลำดับ อย่างไรก็ตามสำหรับการทดลองก่อนหน้าของ Kray, Franke and Frank (2012) ได้แสดงถึงปรากฏการณ์ the reversal Magnus effect ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่น้อยกว่า 0.02 ที่ต่ำมาก และในขณะการทดลองของ Kray, Franke and Frank (2014) ไม่พบปรากฏการณ์นี้ตลอดช่วงอัตราการหมุนไร้หน่วยที่ทดลอง

สำหรับการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงต้านโดยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Quadratic high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ได้แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงค่าเล็กน้อยไม่เกิน 0.1 ในช่วงภาวะอัตราการหมุนถึง 5 นั้น ทุกแบบจำลองการไหลการไหลทั่วไปและการไหลปั่นป่วนให้ผลลัพธ์เพิ่มขึ้นจนถึง 0.61 0.49 0.49 และ 0.56 ด้วยการวิเคราะห์ผลด้วย the Navier-Stokes Equation และ the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Quadratic high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ตามลำดับ ซึ่งเป็นผลมาจากลักษณะขอบเลเยอร์ไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก โดยมีค่าสูงสุด 0.45 0.48 และ 0.56 ตามลำดับ



(ก)



(ข)

- Laminar
- Linear
- Quad
- ▲ RSM
- + Exp Achenbach (1972)
- + Exp Kray et al (2014) Re 462,000
- + Exp Norman et al (2011) Re 410,000
- + Exp Kray et al (2012) Re 497,000

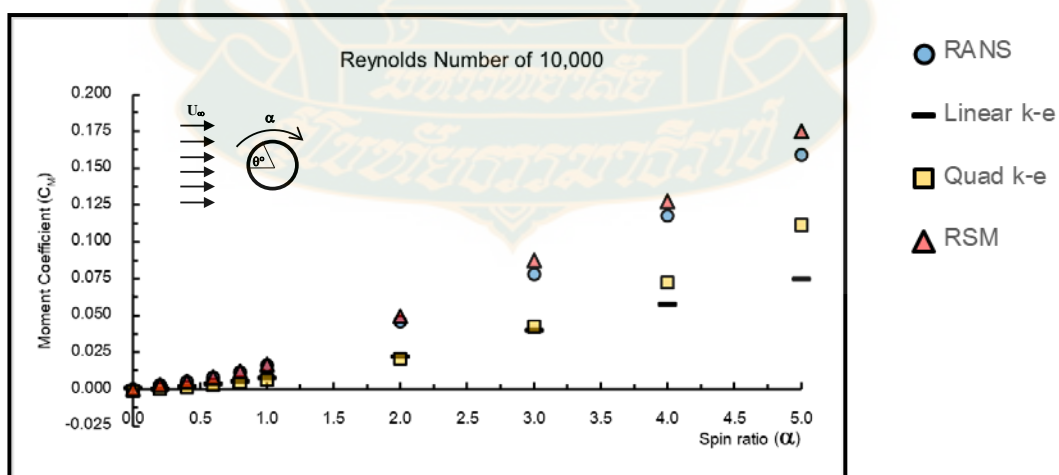
ภาพที่ 5.17 ผลการวิเคราะห์แรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000

## 5.2. สัมประสิทธิ์โมเมนต์

เมื่อของไหลมีการไหลผ่านวัตถุทรงกลมทั้งในขณะที่ยุดนิ่งและหมุนนั้นจะก่อให้เกิดทรงกลมนั้นมีการไหลตัวรอบแกนยอร์ (ไหลตัวทิศทาง ซ้าย-ขวา) อันเป็นผลมาจากแรงเฉือนที่ผิวเนื่องจากมีทิศทางกระทำในแนวสัมผัสกับผิวทรงกลม โดยทิศทางของแรงหากมีขนาดมากกว่าศูนย์ (เป็นบวก) จะมีทิศทางตรงข้ามกับทิศทางการหมุนและหากมีปริมาณน้อยกว่าศูนย์ (เป็นลบ) จะมีทิศทางเดียวกันกับทิศทางการหมุนของทรงกลม

ภาพที่ 5.18(ก) – (จ) ได้แสดงถึงสัมประสิทธิ์โมเมนต์ (moment coefficient;  $C_M$ ) รอบแกนหมุนของทรงกลมที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 10,000 – 583,000 พบว่าที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ต่ำจะมีปริมาณสัมประสิทธิ์โมเมนต์ที่สูงมาก ซึ่งเป็นผลมาจากขนาดแรงเฉือนที่สูงซึ่งเป็นไปในแนวทางเดียวกันกับขนาดความหนาของขอบเขตเลเยอร์การไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ต่ำจะมีความหนามากและอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วขนานกับผิวสัมผัสในแนวตั้งฉากกับผิวมีขนาดที่มากเช่นกัน โดยปริมาณสัมประสิทธิ์โมเมนต์ที่สภาวะเริ่มต้นจากทรงกลมหยุดนิ่งจะก่อตัวในทิศทางเดียวกันกับการหมุนของทรงกลม และเมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยสูงขึ้นทิศทางแรงเฉือนหรือสัมประสิทธิ์โมเมนต์จะเปลี่ยนไปในทิศทางตรงกันข้ามกับการหมุนของทรงกลม ที่น่าสนใจหากใช้สมการการไหลทั่วไปวิเคราะห์ผลจากแรงเฉือนที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 จะได้สัมประสิทธิ์โมเมนต์ที่น้อยมากโดยมีขนาดเข้าใกล้ศูนย์

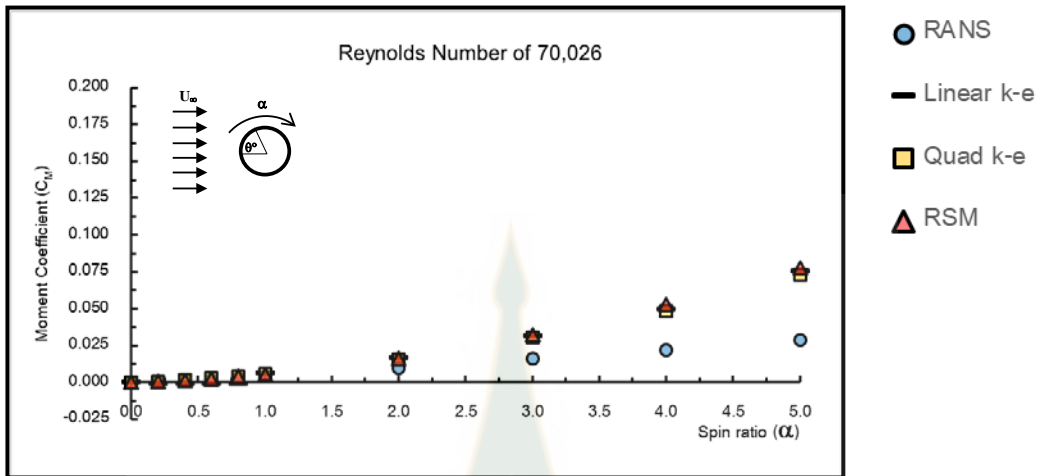
Reynolds number 10,000



(ก)

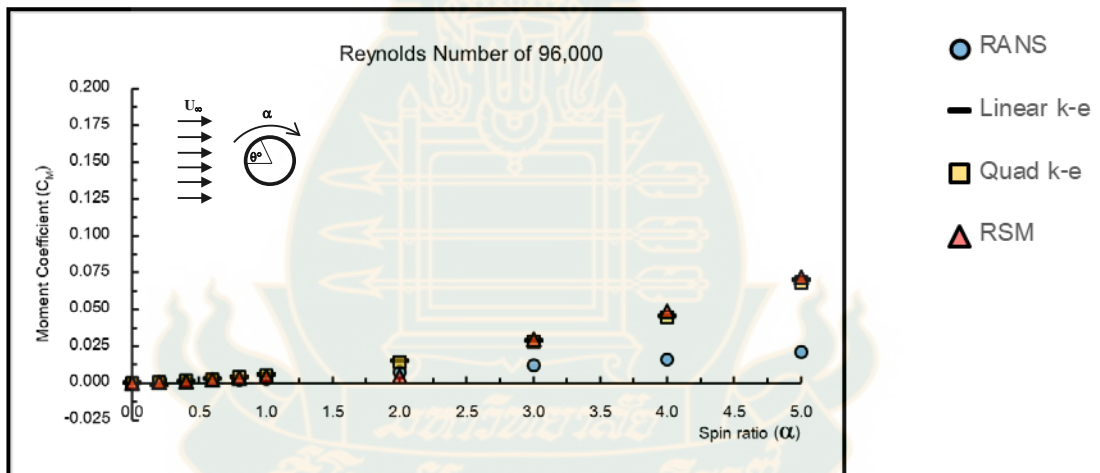


### Reynolds number 70,026



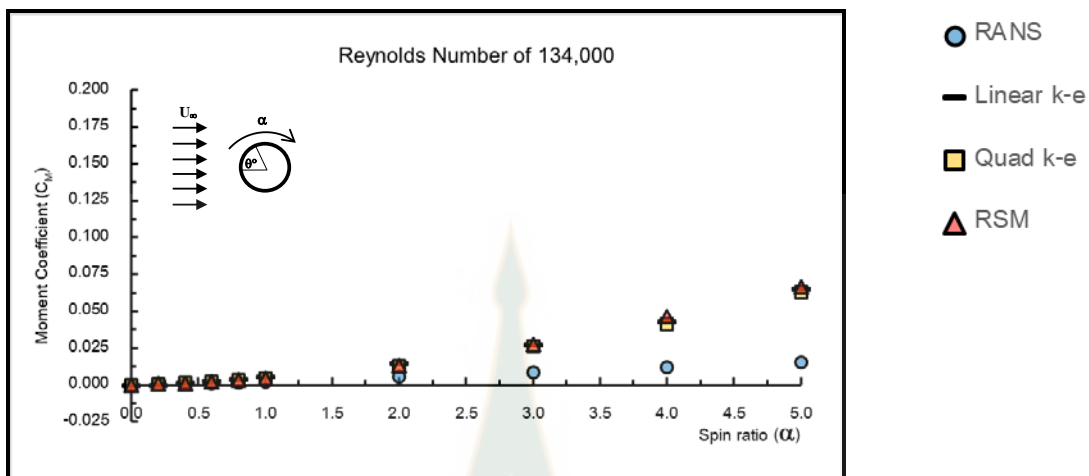
(7)

### Reynolds number 96,000



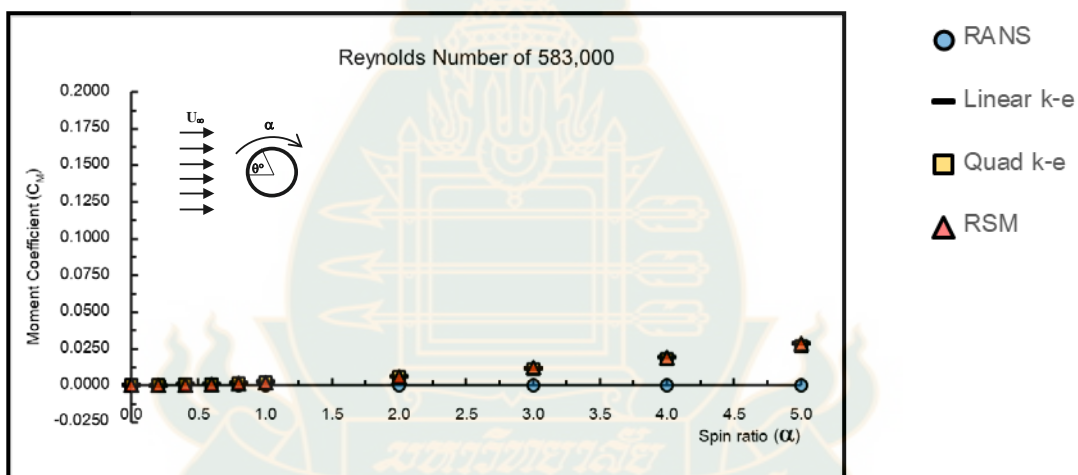
(8)

### Reynolds number 134,000



(ง)

### Reynolds number 583,000



(จ)

ภาพที่ 5.18 สัมประสิทธิ์โมเมนต์รอบทรงกลมที่หมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ (ก) 10,000 (ข) 70,026 (ค) 96,000

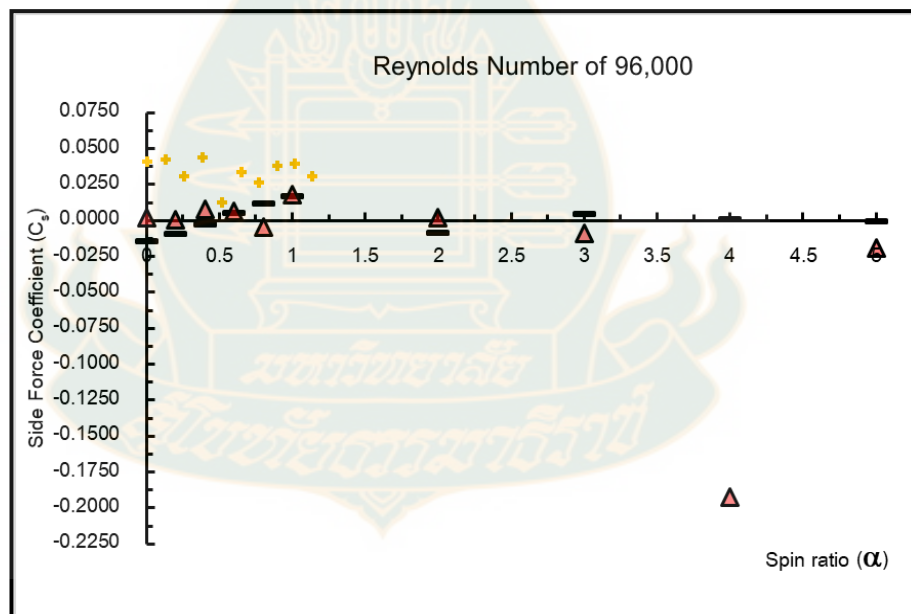
(ง) 134,000 และ (จ) 583,000

### 5.3 สัมประสิทธิ์ของแรงกระทำด้านข้าง

เนื่องจากผลของการไหลผ่านทรงกลมเกิดกระแสการไหลใน 3 มิติ โดยเมื่อทำการวัดขนาดของสัมประสิทธิ์ของแรงกระทำด้านข้าง (side force coefficient;  $C_s$ ) ในแต่ละสภาวะเรย์โนลด์ที่

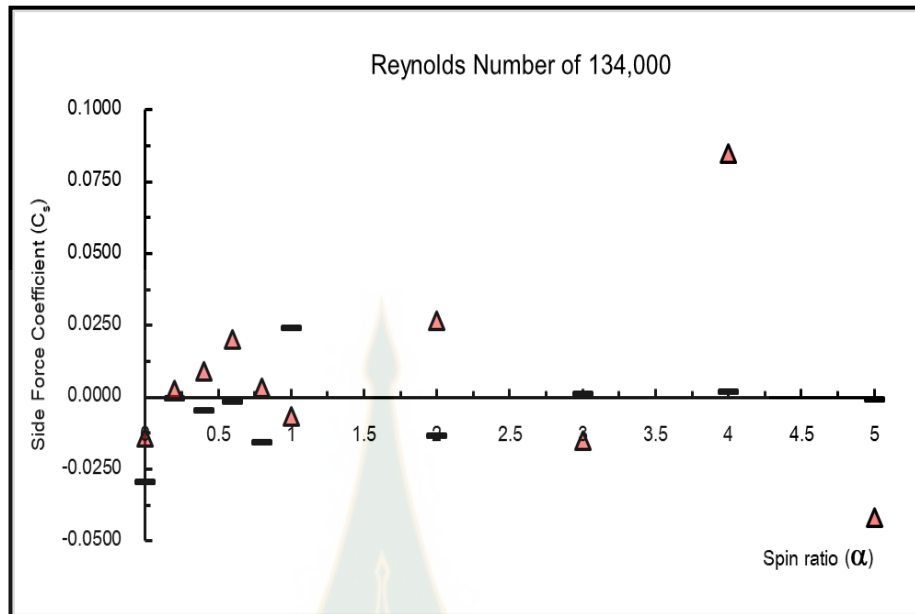
96,000 134,000 และ 583,000 ด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model พบว่าขนาดของสัมประสิทธิ์แรงกระทำด้านข้างมีขนาดระหว่าง (-0.0004) – 0.02 (ทิศทางบวกพุ่งเข้า) ที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 โดยขนาดที่เกิดขึ้นของทั้งสองแบบจำลองมีขนาดที่ใกล้เคียงกันยกเว้นที่สภาวะอัตราหมุนไร้นหน่วยที่ 4 ที่ ผลการวิเคราะห์การไหลปั่นป่วนด้วยแบบจำลอง the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Quadratic high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model มีขนาดน้อยมาก ดังภาพที่ 5.19 (ก)

สำหรับที่สภาวะเรย์โนลด์ที่ 134,000 และ 583,000 ดังภาพที่ 5.19(ข) และ 5.19(ค) นั้นขนาดของสัมประสิทธิ์ของแรงกระทำด้านข้างมีทิศทางกว้างและมีขนาดอยู่ระหว่าง (-0.0008) – 0.11 ดังที่ Kray, Franke and Frank (2012) ระบุการเกิดขึ้นของแรงกระทำด้านข้างไม่มีลักษณะที่แน่นอน และ ภาพที่ 5.19(ง) ได้ทำการเปรียบเทียบผลของสภาวะเรย์โนลด์ต่อแรงกระทำด้านข้างด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Reynolds Stress Model พบว่าขนาดของสัมประสิทธิ์ของแรงกระทำด้านข้างมีค่าใกล้เคียงกัน

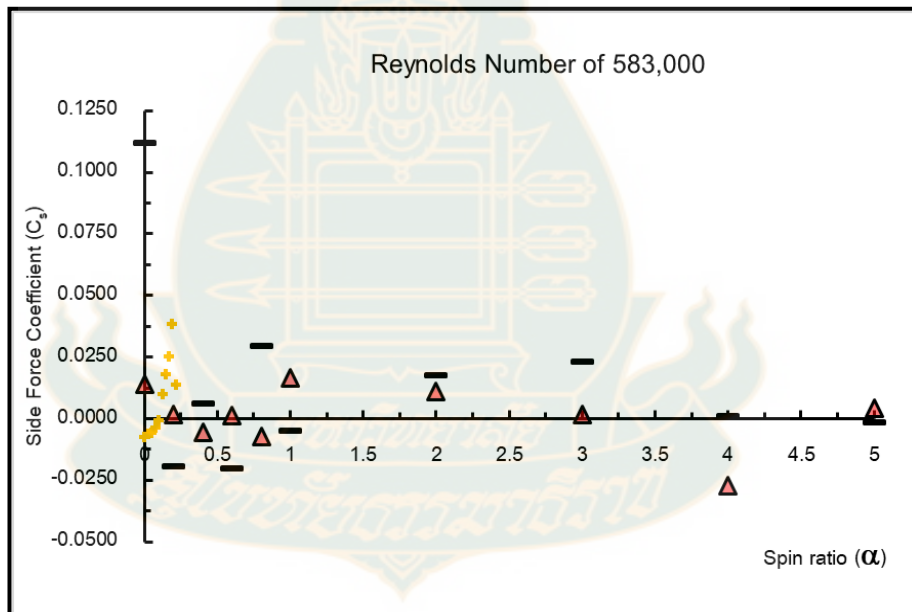


— Linear    ▲ RSM    + Exp Kray et al (2012) Re 96,000

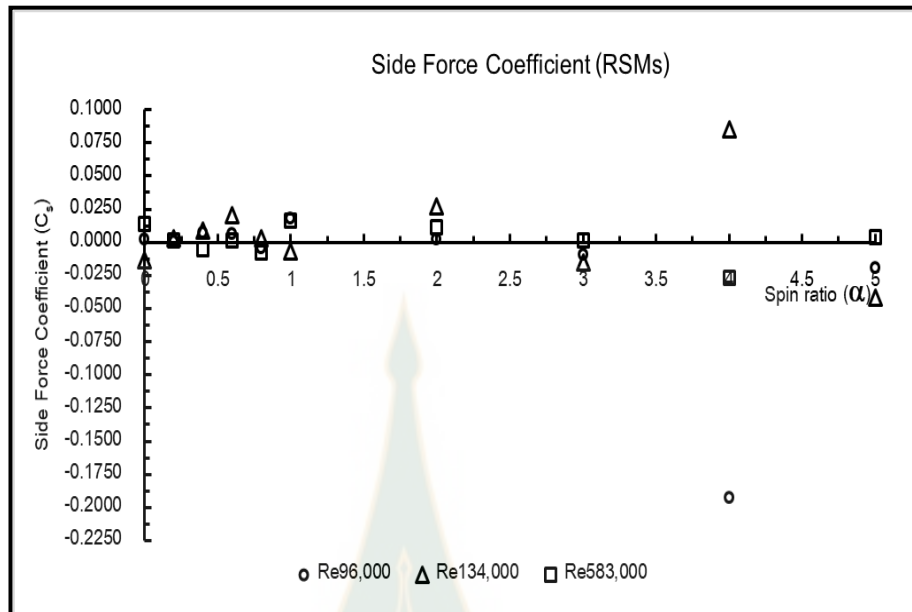
(ก)



— Linear     $\blacktriangle$  RSM  
(๗)



— Linear     $\blacktriangle$  RSM    + Exp Kray et al (2012) Re 497,000  
(๘)



(ง)

ภาพที่ 5.19 สัมประสิทธิ์ของแรงกระทำด้านข้าง ที่สภาวะเรย์โนลด์ (ก) 96,000 (ข) 134,000 และ (ค) 583,000 และ (ง) เปรียบเทียบผลของสภาวะเรย์โนลด์ที่เกิดขึ้น โดยแบบจำลอง the Reynolds Stress Model

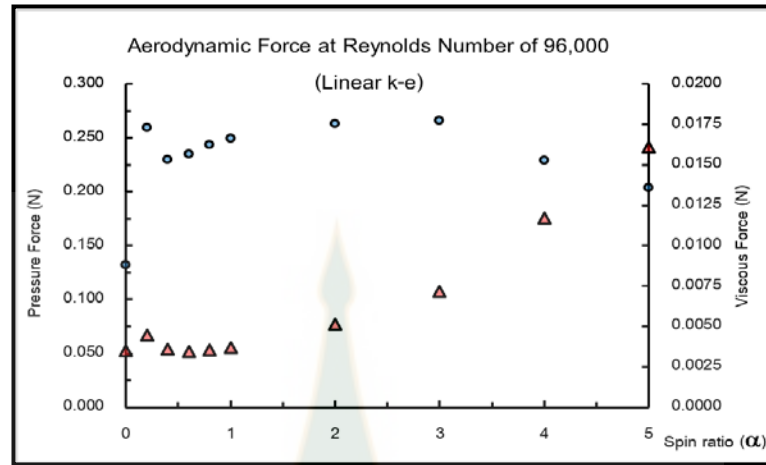
#### 5.4 องค์ประกอบย่อยของแรงกระทำพลศาสตร์

ในการวิเคราะห์แรงจากอากาศพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกลม พบว่าแรงลัพธ์เกิดจากองค์ประกอบจากแรงเนื่องจากความดันและจากแรงเฉือนที่ผิวอันเนื่องมาจากเลเยอร์การไหล โดยการศึกษาด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model และ the Reynolds Stress Model ที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 134,000 และ 583,000 ตามลำดับ จากภาพที่ 5.20(ก) – 5.20(ง) พบว่าที่สภาวะการไหลผ่านทรงกลมหยุดนิ่งผลของแรงเนื่องจากความเค้นเฉือนมีขนาดที่น้อยมากเมื่อเทียบกับแรงลัพธ์ ดังนั้น การทำนายผลด้วย the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model คิดเป็นร้อยละ 2.60 1.75 และ 1.64 ตามลำดับของสภาวะเรย์โนลด์ ในขณะที่การทำนายผลด้วย the Reynolds Stress Model คิดเป็นร้อยละ 1.12 0.95 และ 0.32 ตามลำดับของสภาวะเรย์โนลด์เช่นกัน ซึ่งสามารถยกเว้นการพิจารณาผลของแรงอันเนื่องมาจากแรงเฉือนได้ เนื่องจากมีปริมาณน้อยกว่าร้อยละ 2 ของแรงทั้งหมด

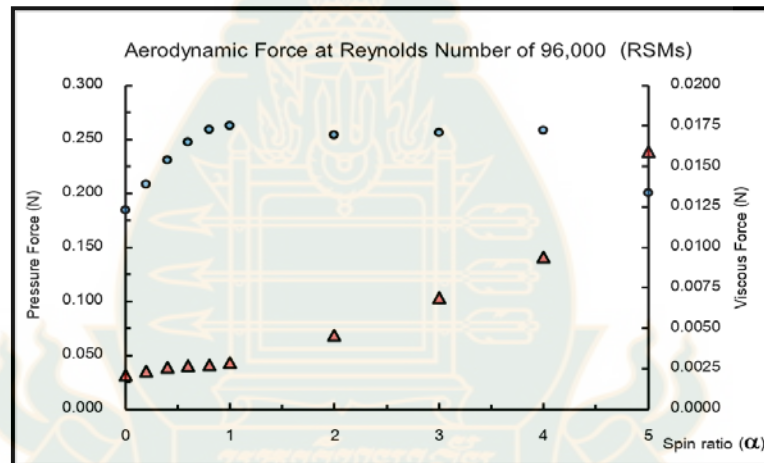
เมื่อพิจารณาสัดส่วนขององค์ประกอบของแรงย่อยในสถานะที่ทรงกลมหมุนนั้น เห็นได้ชัดว่าที่แนวโน้มของแรงเนื่องมาจากความดันค่อนข้างคงที่ ในขณะที่แนวโน้มของแรงเฉือนที่ผิวเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนถึงสถานะที่อัตราหมุนไร้หน่วย 5 ร้อยละของปริมาณแรงเฉือนเมื่อเทียบกับแรงลัพธ์ ด้วยการทำนายผลด้วย the Linear high-Re  $k-\epsilon$  model คิดเป็นร้อยละ 7.43 6.87 และ 2.74 ตามลำดับของสถานะเรย์โนลด์ ในขณะที่การทำนายผลด้วย the Reynolds Stress Model คิดเป็นร้อยละ 7.49 6.77 และ 2.47 ตามลำดับของสถานะเรย์โนลด์เช่นกัน จากภาพที่ 5.20 เห็นได้ชัดเจนว่าหากมีการเปลี่ยนแปลงสถานะเรย์โนลด์จะทำให้ผลของแรงเฉือนที่กระทำต่อทรงกลมในขณะหมุนมีขนาดน้อยลง ในขณะที่ตั้งแต่อัตราหมุนไร้หน่วย 2 ผลของแรงเนื่องจากความดันมีขนาดไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก ซึ่งเป็นเหตุผลที่สำคัญที่ทำให้การทำนายผลสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านมีขนาดใกล้เคียงกันในหัวข้อก่อนหน้า



สภาวะเรย์โนลด์ที่ 96,000



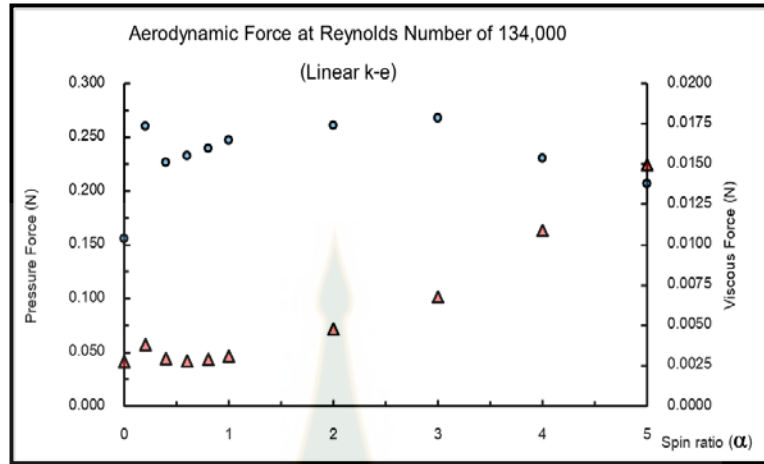
(ก)



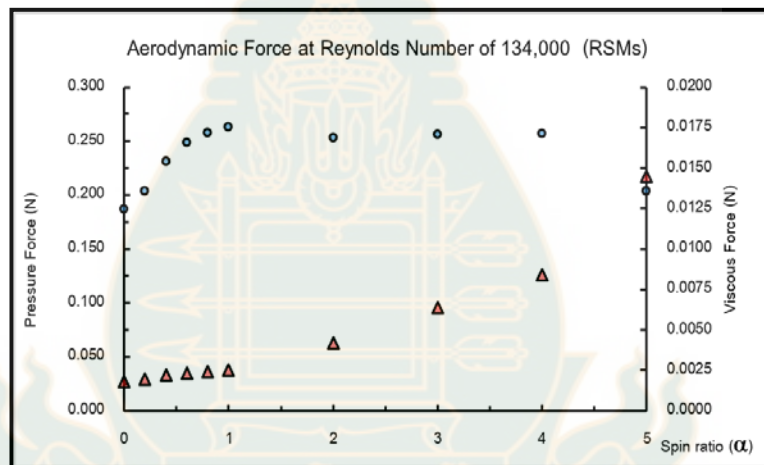
(ข)

● Pressure Force Linear    ▲ Viscous Force Linear

สภาวะเรย์โนลด์ที่ 134,000



(ค)

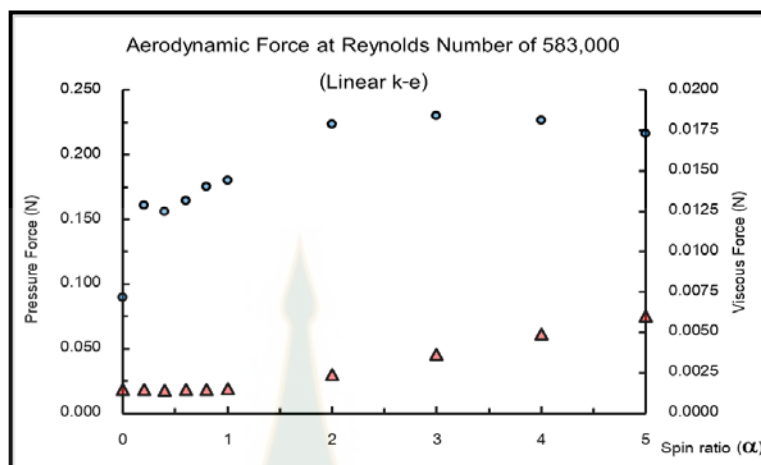


(ง)

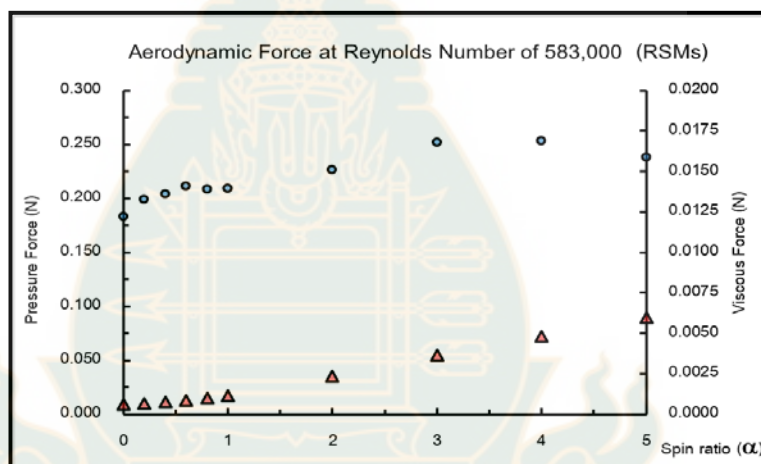
● Pressure Force Linear    ▲ Viscous Force Linear



### สภาวะเรย์โนลด์ที่ 583,000



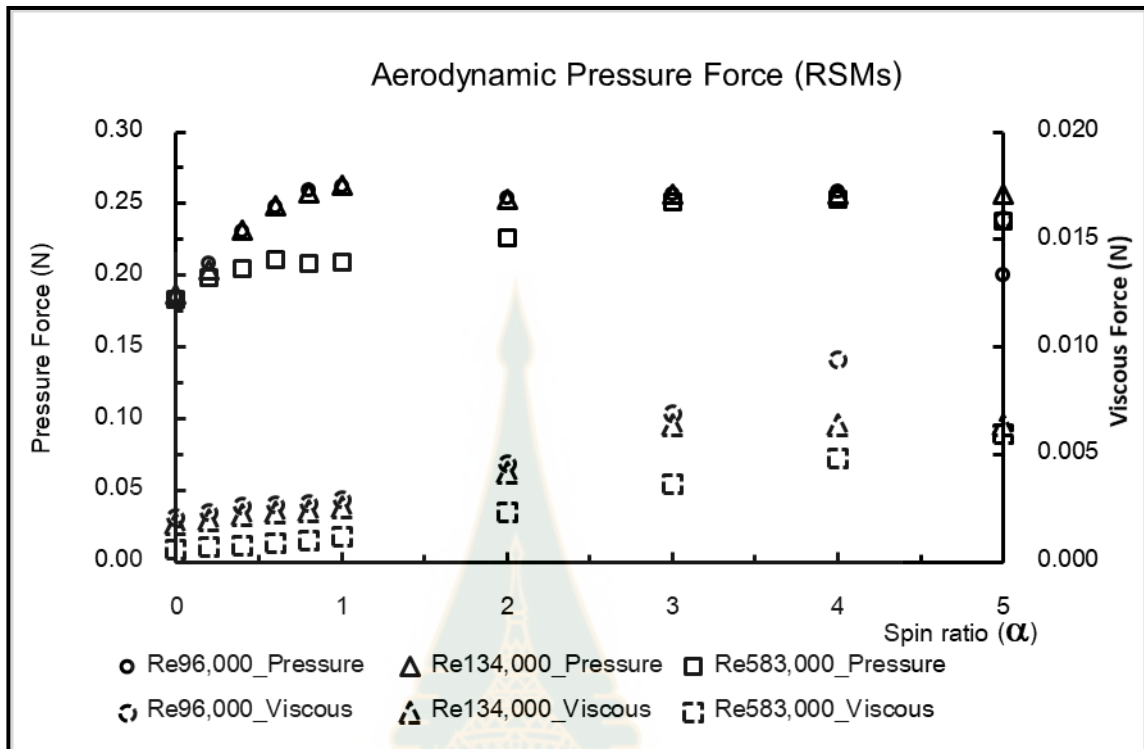
(จ)



(ฉ)

● Pressure Force Linear    ▲ Viscous Force Linear

ภาพที่ 5.20 องค์ประกอบของแรงย่อยที่กระทำกับทรงกลมที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 ด้วยแบบจำลอง (ก) the Linear high-Re k-ε model และ (ข) the Reynolds Stress Model และ สภาวะเรย์โนลด์ 134,000 ด้วยแบบจำลอง (ค) the Linear high-Re k-ε model และ (ง) the Reynolds Stress Model และ สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 ด้วยแบบจำลอง (จ) the Linear high-Re k-ε model และ (ฉ) the Reynolds Stress Model



ภาพที่ 5.21 ผลของสภาวะเรย์โนลด์ต่อขนาดองค์ประกอบของแรงพลศาสตร์

### 5.5 การกระจายตัวของความดัน

ภาพที่ 5.22 – 5.24 ได้แสดงถึงการกระจายตัวของสัมประสิทธิ์ความดันรอบระนาบกลางของทรงกลมพบว่าการกระจายตัวของความดันมีความสอดคล้องกันกับแนวโน้มสัมประสิทธิ์แรงยกที่อัตราการหมุนไร่หน่วยต่างๆ หากมีการกระจายตัวของความดันมีความสมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหลจะทำให้เกิดแรงยกเกิดขึ้น และในทางตรงกันข้ามหากเกิดการกระจายตัวแบบอสมมาตร จะเกิดแรงยกเกิดขึ้น โดยที่สภาวะเรย์โนลด์ 96,000 และ 134,000 ที่ทรงกลมสภาวะหยุดนิ่งจะมีความสมมาตร แต่การกระจายตัวที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 มีความอสมมาตรเนื่องมาจากการเกิดพฤติกรรมแบบไร้ทิศทางในแต่ละช่วงเวลา นอกจากนี้ความแตกต่างระหว่างความดันที่บริเวณด้านหน้า ( $\theta \rightarrow 0^\circ$ ) และด้านหลัง ( $\theta \rightarrow 180^\circ$ ) ของทรงกลมหากมีขนาดที่มากจะความสอดคล้องกับขนาดสัมประสิทธิ์แรงต้านด้วย

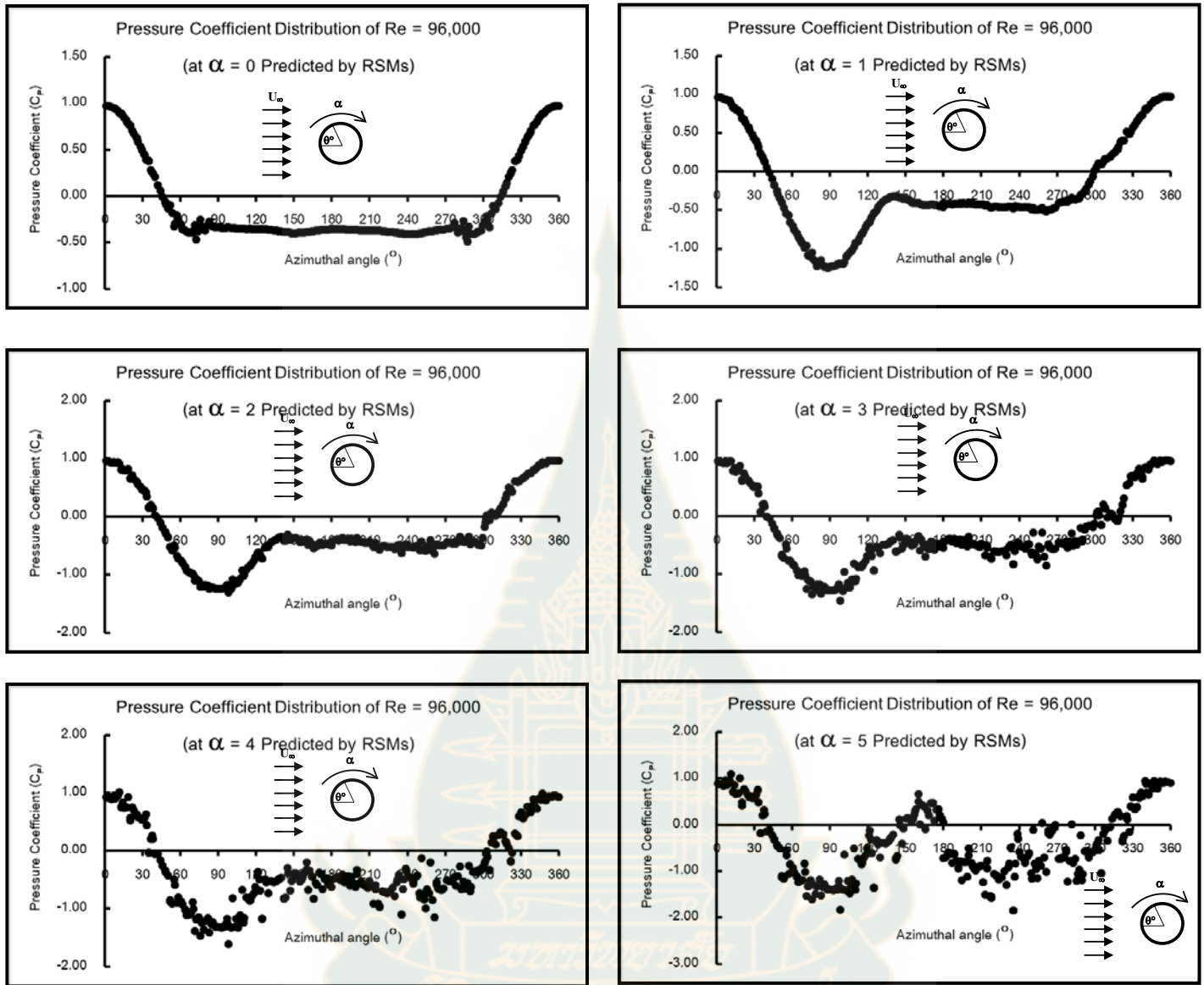
การกระจายตัวของความดันที่อัตราการหมุนไร่หน่วยที่ 4 และ 5 ของทุกสภาวะเรย์โนลด์จะมีความกว้างที่สูงระหว่างแต่ละตำแหน่งรอบระนาบกลางของทรงกลมทำให้ยากต่อการพิจารณา

ลักษณะเลเยอร์ เช่น ตำแหน่ง the stagnation point ( $\theta_{st}$ ) ตำแหน่งของ the suction point ( $\theta_s$ ) สำหรับตำแหน่งของบริเวณแยกตัวของเลเยอร์จะพิจารณาได้ยากเนื่องจากความกว้างของการกระจายตัวความดัน

สำหรับลักษณะสำคัญของขอบเขตเลเยอร์รอบกระบอกกลางของทรงกลมที่แต่ละสถานะเรย์โนลด์ จากอัตราหุคหนึ่งจนถึงอัตราการหมุนไร้หน่วย 2 เป็นต้นนี้ ที่สถานะเรย์โนลด์ 96,000 พบบริเวณ the stagnation point ที่มุม  $0^\circ$   $-1.43^\circ$  และ  $-1.43^\circ$  บริเวณ the suction pressure ที่ด้านขอบบนโดยผนังหมุนส่งเสริมความเร็วกับทิศทางการไหล (acceleration side) พบที่มุม  $72.44^\circ$   $69.96^\circ$  และ  $88.57^\circ$  บริเวณ the suction pressure ที่ด้านขอบบนโดยผนังหมุนทางเดียวกันกับทิศทางการไหล (acceleration side) พบที่มุม  $72.44^\circ$   $98.28^\circ$  และ  $98.28^\circ$  ตามลำดับ ที่สถานะเรย์โนลด์ 134,000 พบบริเวณ the stagnation point ที่มุม  $0^\circ$   $-2.85^\circ$  และ  $-2.85^\circ$  บริเวณ the suction pressure ที่ด้านขอบบนโดยผนังหมุนทางเดียวกันกับทิศทางการไหล (deceleration side) พบที่มุม  $67.95^\circ$   $87.15^\circ$  และ  $98.28^\circ$  บริเวณ the suction pressure ที่ด้านขอบบนโดยผนังหมุนทางเดียวกันกับทิศทางการไหล (acceleration side) พบที่มุม  $73.24^\circ$   $98.28^\circ$  และ  $98.28^\circ$  ตามลำดับ ที่สถานะเรย์โนลด์ 583,000 พบบริเวณ the stagnation point ที่มุม  $0^\circ$   $(-1 \times 10^{-16})^\circ$  และ  $(-1 \times 10^{-16})^\circ$  บริเวณ the suction pressure ที่ด้านขอบบนโดยผนังหมุนส่งเสริมความเร็วกับทิศทางการไหล (acceleration side) พบที่มุม  $69.60^\circ$   $87.29^\circ$  และ  $84.98^\circ$  บริเวณ the suction pressure ที่ด้านขอบบนโดยผนังหมุนทางเดียวกันกับทิศทางการไหล (acceleration side) พบที่มุม  $65.32^\circ$   $66.23^\circ$  และ ไม่พบที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 2 ตามลำดับ

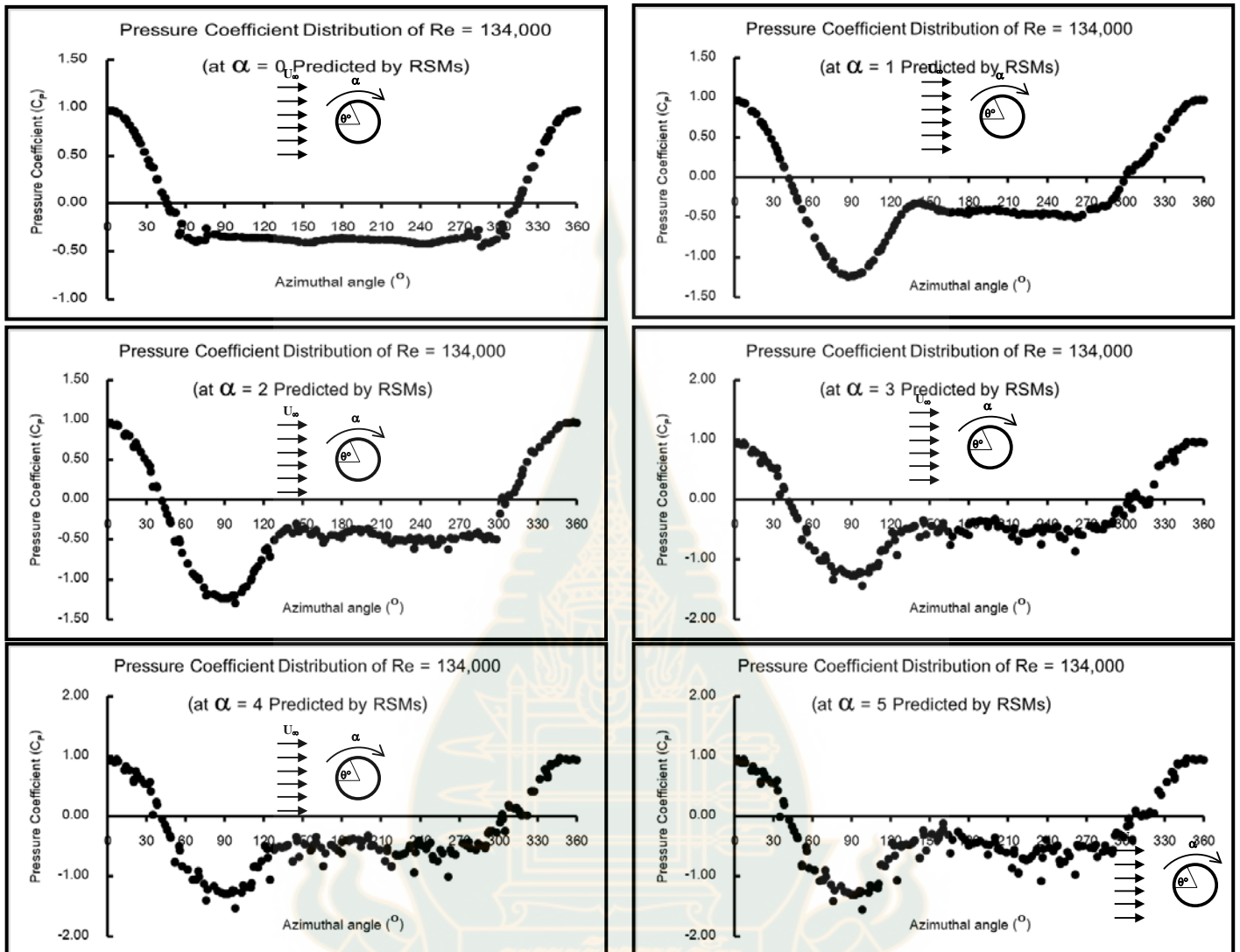
สำหรับทิศทางของตำแหน่งสำคัญของขอบเขตเลเยอร์การไหลยังมีแนวโน้มที่ชัดเจน โดยมีแนวโน้มเดียวกันกับการไหลผ่านทรงกระบอก โดยบริเวณ the stagnation point จะเคลื่อนตัวในทิศทางตรงกันข้ามกันทิศทางการหมุน เนื่องจากการไหลย้อนกลับเมื่อตำแหน่งความดันที่สูงจนของไหลไม่สามารถไหลผ่านได้เคลื่อนตัวไป และบริเวณ the suction points จะเคลื่อนตัวไปในทิศทางเดียวกันกับทิศทางการหมุน เมื่ออัตราการหมุนเพิ่มขึ้น เนื่องจากเลเยอร์ของไหลมีระดับพลังงานที่สูงขึ้นเนื่องจากการส่งเสริมความเร็วจากผนัง เมื่อเคลื่อนไปตลอดผนังจนกระทั่งระดับพลังงานการไหลน้อยกว่าแรงเสียดทานที่ผนังทำให้เกิดการแยกตัวออกจากผนังขึ้นนั่นเอง

การกระจายตัวของความดันที่สถานะ Reynolds number 96,000



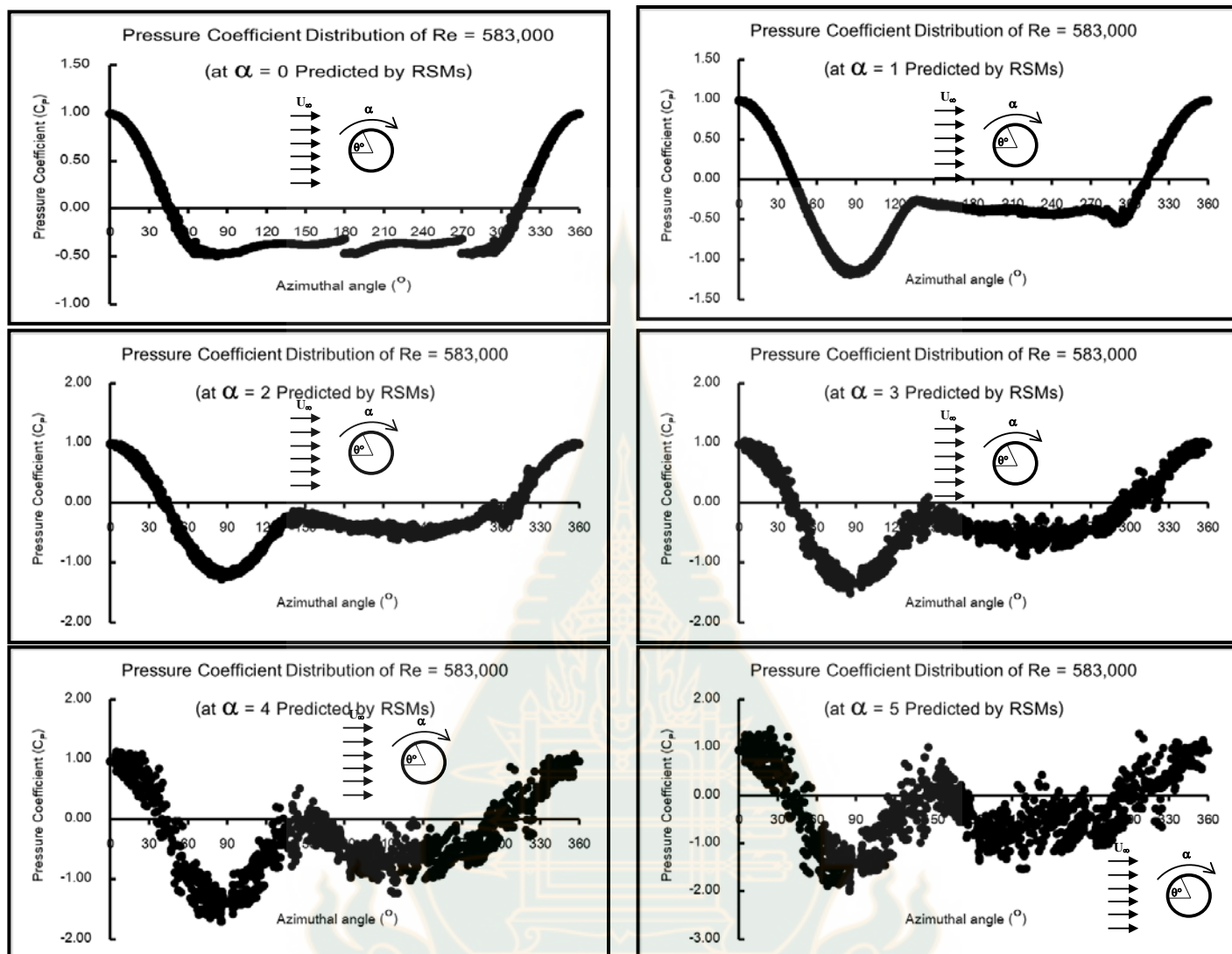
ภาพที่ 5.22 การกระจายตัวของความดันเฉลี่ยรอบระนาบกลางของทรงกลมที่หยุดนิ่งและหมุนที่สถานะเรย์โนลด์ 96,000 ด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Reynolds Stresses Model

การกระจายตัวของความดันที่สภาวะ Reynolds number 134,000



ภาพที่ 5.23 การกระจายตัวของความดันเฉลี่ยรอบระนาบกลางของทรงกลมที่หุ่ดหนึ่งและหมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 134,000 ด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Reynolds Stresses Model

การกระจายตัวของความดันที่สภาวะ Reynolds number 583,000



ภาพที่ 5.24 การกระจายตัวของความดันเฉลี่ยรอบระนาบกลางของทรงกลมที่หยุดนิ่งและหมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 583,000 ด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Reynolds Stresses Model

## 5.6 แผนภาพการไหล

ในการพิจารณาการไหลรอบทรงกลมและสนามการไหลผ่านทรงกลมแผนภาพการไหลเมื่อพิจารณาขนาด Q-Criterion iso-surface ที่ 5 และสนามความเร็วรอบทรงกลมสภาวะหยุดนิ่งและอัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 5 ของการไหลผ่านสภาวะเรย์โนลด์ 96,000 134,000 และ 583,000 ด้วยการวิเคราะห์จากแบบจำลอง the Reynolds Stresses Model ดังภาพที่ 5.25(ก) - 5.25(ค)

ตามลำดับ สำหรับ Q-Criterion iso-surface เป็นการสร้างปริมาตรที่สนใจ ที่มีค่าความแตกต่างกันระหว่างอัตราการหมุนตัวของของไหล ( $\Omega$ ) กับความเค้นเรย์โนลด์ ( $S$ ) คือ  $Q = \frac{1}{2}[\Omega^2 - S^2]$

โดยที่อัตราการหมุนตัวของของไหลมีความสัมพันธ์ คือ  $\Omega = \sqrt{2\left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i}\right)^2}$  และ

อัตราความเค้นเรย์โนลด์ของของไหลมีความสัมพันธ์ คือ  $S = \sqrt{2\left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i}\right)^2}$  ดังนั้นปริมาตรที่แสดงจะแสดงถึงขอบเขตปริมาตรที่ต้องการวิเคราะห์โดยปริมาตรตามทีระบุ (ในที่นี้ คือ 5) โดยมีการให้ระดับสีที่ปริมาตรของ Q-Criterion iso-surface ด้วยระดับพลังงานการไหลปั่นป่วน ( $k$ ) ซึ่งแสดงที่ด้านซ้าย และสำหรับสนามความเร็วตลอดขอบเขตการวิเคราะห์ที่แสดงบริเวณด้านขวาของแต่ละภาพ

จากข้อมูลภาพ 3 มิติของบริเวณปริมาตร Q-Criterion iso-surface นั้นพบว่าที่สภาวะเรย์โนลด์สูงขึ้นนั้นส่งผลให้พบบริเวณที่มีระดับ Q-Criterion iso-surface ที่ 5 กว้างมากขึ้นตามทั้งในสภาวะทรงกลมหยุดนิ่งและทรงกลมหมุน ซึ่งเกิดจากผลของระดับพลังงานการไหลปั่นป่วนที่สูงขึ้น นอกจากนี้หากสภาวะทรงกลมเกิดการหมุนขึ้น จะพบบริเวณพื้นที่ระดับ Q-Criterion iso-surface ที่ 5 กว้างมากขึ้น ซึ่งอยู่ที่ด้านผนังที่ทำการยับยั้งความเร็วและระดับพลังงานการไหลปั่นป่วนที่สูงจะพบอยู่ที่บริเวณด้านผนังที่ยับยั้งความเร็วของไหล เช่นกัน

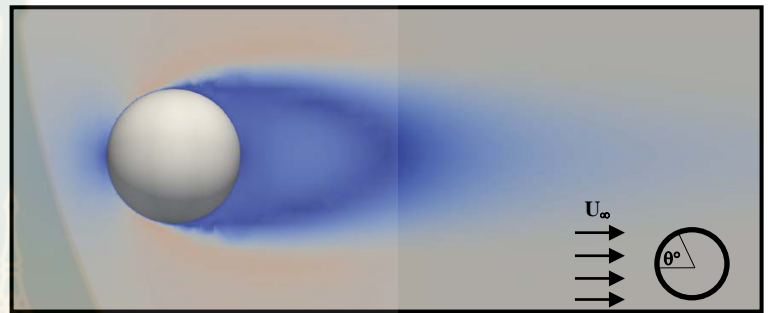
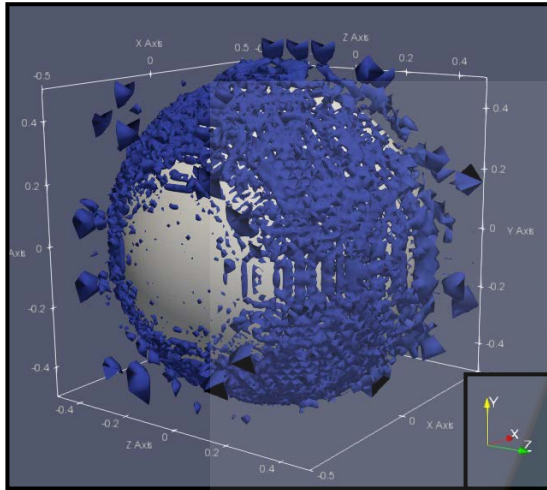
เมื่อทำการวิเคราะห์สนามความเร็วการไหลบริเวณระนาบกึ่งกลางที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง ทุกสภาวะเรย์โนลด์พบว่า สนามความเร็วค่อนข้างมีความสมมาตรรอบแกนกลางที่ขนานกับทิศทางการไหล โดยบริเวณด้านหลังทรงกลมความเร็วจะมีขนาดที่ต่ำเมื่อเทียบกับบริเวณอื่น ซึ่งเป็นบริเวณกระแสวนที่เกิดจากการแผ่ขยายของกระแสวนจากผนังทรงกลม เมื่อทรงกลมมีการหมุนขึ้น ในขณะที่เมื่อทรงกลมมีการหมุน พบว่า พื้นที่ที่มีความเร็วที่สูงมีลักษณะโอบล้อมทรงกลมเกือบรอบตัว และแนวความเร็วต่ำมีลักษณะเป็นเส้นทางที่แผ่ขยายออกจากผนังด้านยับยั้งความเร็วสู่พื้นที่วิเคราะห์ด้านนอกออกไป

การไหลผ่านสภาวะ Reynolds Number of 96,000

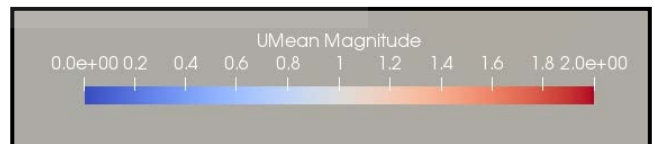
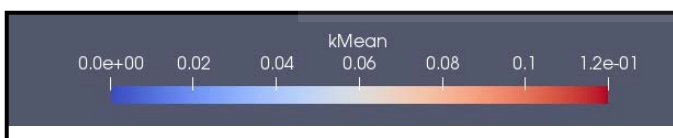
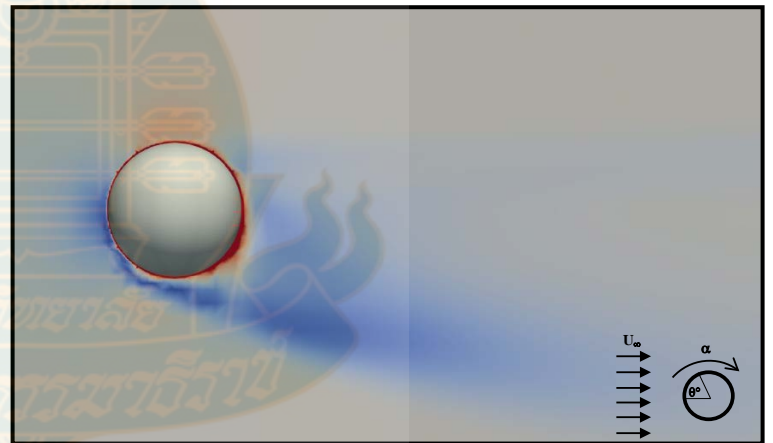
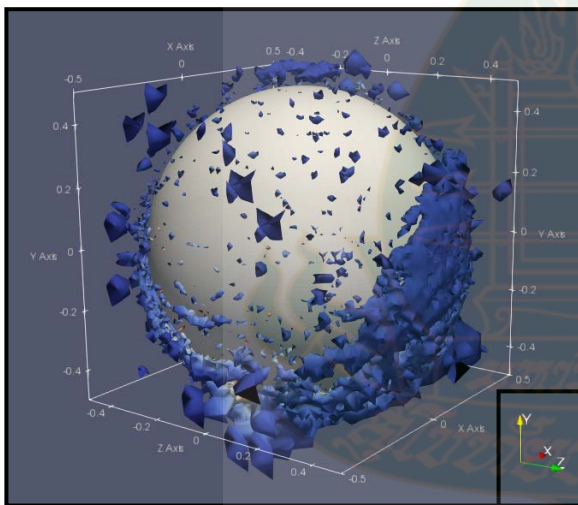
Q-Criterion Iso-Surface of 5

Velocity Domain

ทรงกลมหยุดนิ่ง



ทรงกลมหมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วย 5



(ก)

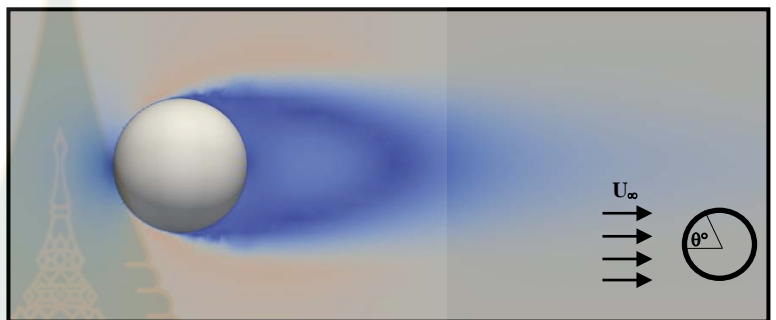
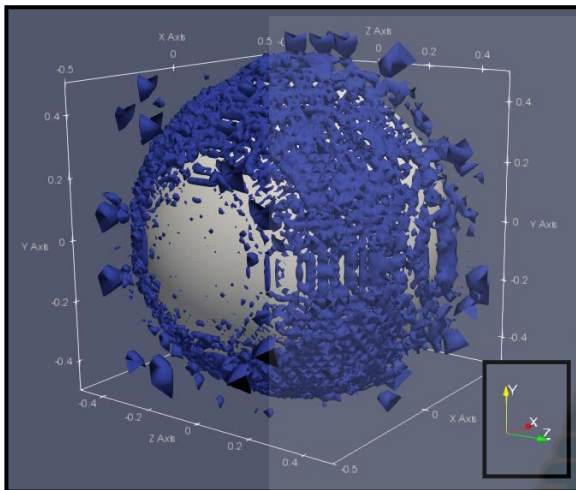


การไหลผ่านสภาวะ Reynolds Number of 134,000

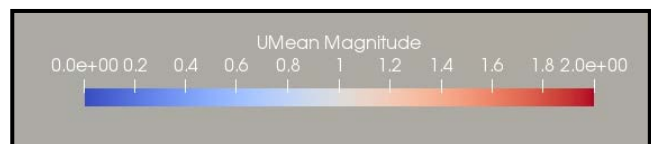
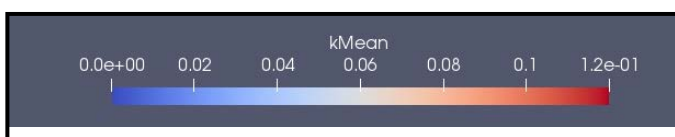
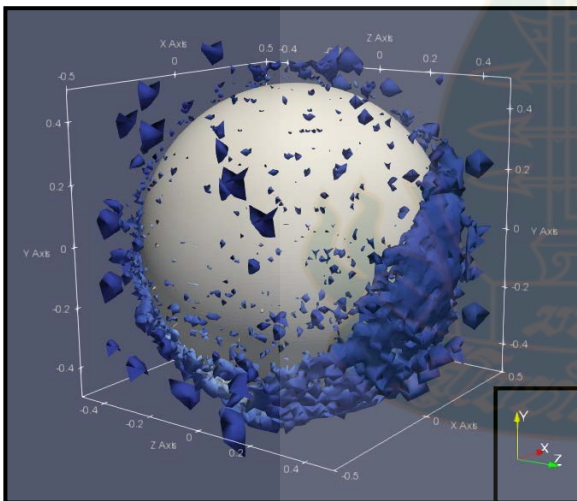
Q-Criterion Iso-Surface of 5

Velocity Domain

ทรงกลมหยุดนิ่ง



ทรงกลมหมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วย 5



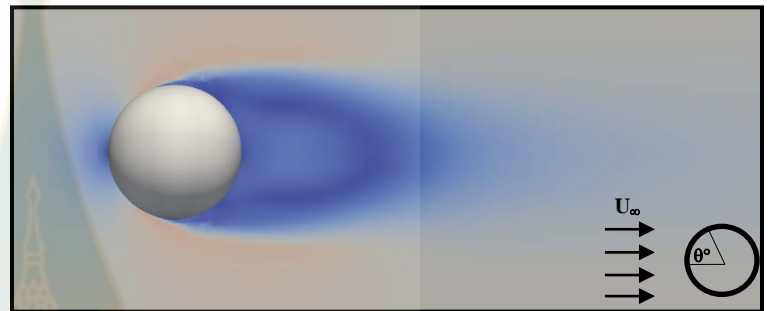
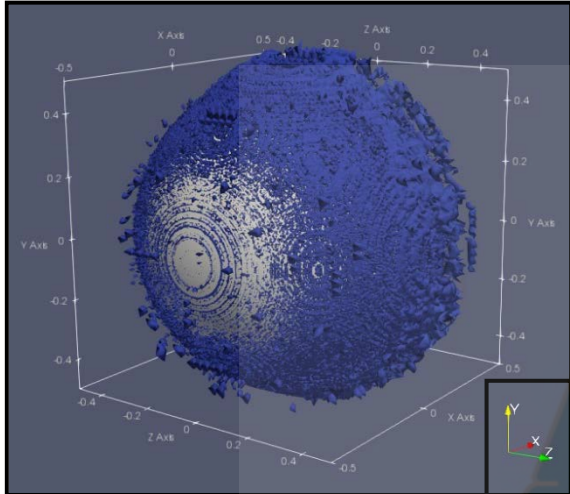
(ข)

การไหลผ่านสภาวะ Reynolds Number of 583,000

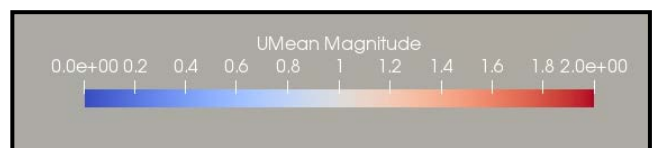
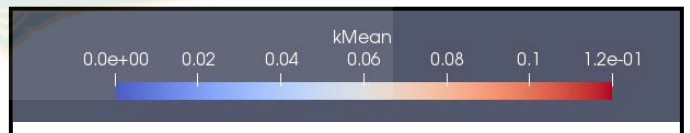
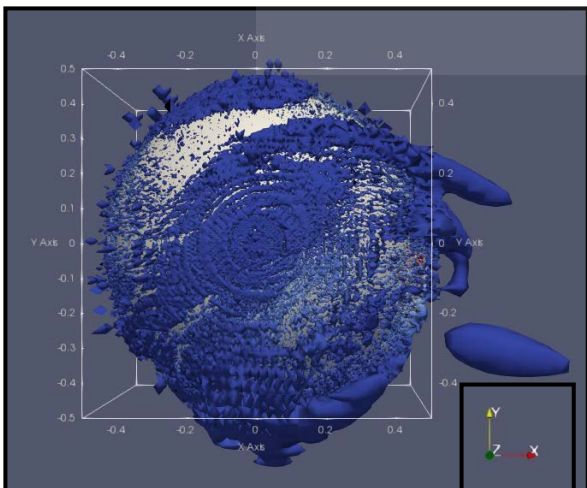
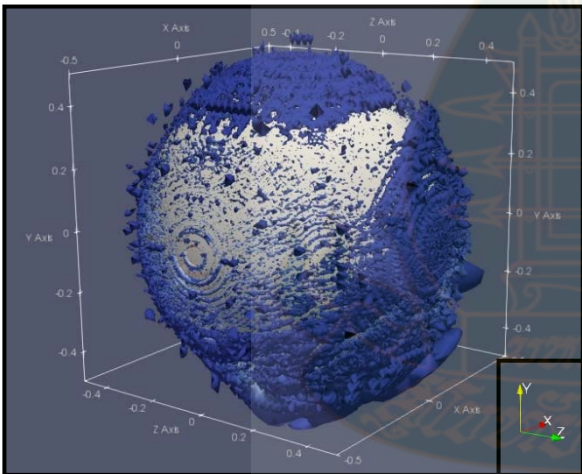
Q-Criterion Iso-Surface of 5

Velocity Domain

ทรงกลมหยุดนิ่ง



ทรงกลมหมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วย 5

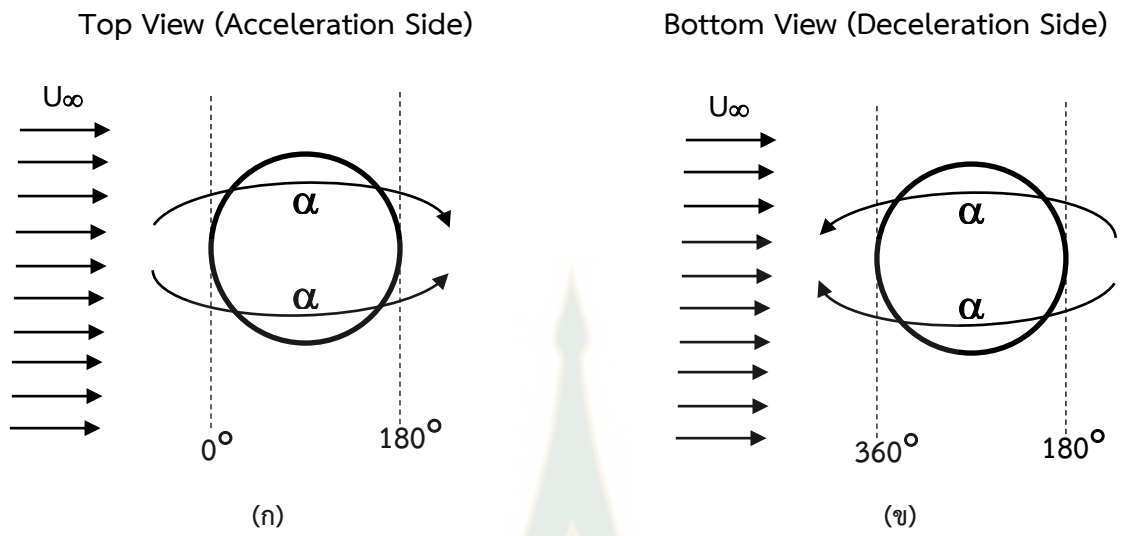


(ค)

ภาพที่ 5.25 แผนภาพการไหล (ซ้าย) Q-criterion iso-surface of 5 (ขวา) ความเร็ว ที่สภาวะเรย์โนลด์ (ก) 96,000 (ข) 134,000 และ (ค) 583,000 ที่สภาวะทรงกลมหยุดนิ่ง และ  $\alpha = 5$  ด้วยแบบจำลอง RSM

เพื่อทำการพิจารณาทิศทางของแรงเฉือน และผลของเลเยอร์การไหลที่ผิว ซึ่งลักษณะเส้นแรงเสียดทานที่ผิว (skin friction line) สามารถบ่งบอกถึงบริเวณแยกตัวของของไหล (separation flow / detachment flow) และบริเวณการไหลมาสัมผัสหลังจากแยกตัวจากผิว (re-attachment flow) ได้

การวิเคราะห์เชิงคำนวณของของไหลผ่านทางทรงกลมในมุมมองระนาบด้านส่งเสริมความเร็วการไหล (acceleration side) และด้านยับยั้งความเร็วการไหล (deceleration side) ได้แสดงดังภาพที่ 5.26(ก) และ (ข) ตามลำดับ โดยผลการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลอง the Reynolds Stress Model ได้แสดงเส้นแรงเสียดทานที่ผิวโดยมีการให้ระดับสีแบบเวลาเฉลี่ยซึ่งเป็นขนาดความเค้นเฉือนในภาพที่ 5.27(ก) – (ค) ของสถานะเรย์โนลด์ 96,000 134,000 และ 583,000 ตามลำดับ พบว่าที่สถานะของไหลไหลผ่านทางทรงกลมในสถานะหยุดนิ่งขนาดของแรงเฉือนที่ผิวมีขนาดลดลงผกผันกลับขนาดสถานะเรย์โนลด์ที่สูงขึ้น และพบแนวของบริเวณของไหลแยกตัวออกจากผิวทรงกลมทั้งสองมุมมองซึ่งเส้นแนวแยกตัว (→) ซึ่งที่สถานะเรย์โนลด์ 96,000 ค่อนข้างเห็นเป็นแนวการแยกตัว ในขณะที่สถานะเรย์โนลด์ 134,000 และ 583,000 จะมีลักษณะเป็นโหนดแยกตัวจากบริเวณโพกัสของกระแสวน (F) และบริเวณจุดอานม้า (S) แต่บริเวณส่วนหลังของทรงกลมที่แสดงทั้งสองด้าน มุมมองพบว่าเส้นแรงเฉือนที่ผิวเกิดแนวการสัมผัสหลังการแยกตัว (→) และรูปร่างวิกฤติต่าง ๆ ซึ่งเป็นผนังบริเวณที่ติดกับบริเวณการแผ่ออกของกระแสวนจากผนังสู่บริเวณกระแสวนของของไหลด้านหลัง และบริเวณโพกัสของกระแสวนเส้นแรงเฉือนประกอบกับการเกิดขึ้นที่มากของบริเวณจุดอานม้า โดยการวิเคราะห์ลักษณะวิกฤติของเส้นแรงเสียดทานเป็นไปตามหลักการของ Délely (2013) ในกรณีที่ทรงกลมมีการหมุนเกิดขึ้นที่ทุกสถานะเรย์โนลด์นั้น เส้นแรงเสียดทานที่ผิวจะมีทิศทางในองค์ประกอบการไหลของของไหล คือ ทิศเดียวกันกับความเร็วของผนังในองค์ประกอบนั้นโดยส่วนใหญ่ อีกทั้งที่สถานะการหมุนไร้หน่วยที่ 1 ของทุกสถานะเรย์โนลด์พบว่าการแยกตัวและการสัมผัสหลังการแยกตัวของของไหลเกิดขึ้นที่บริเวณด้านผนังของทรงกลมที่ส่งเสริมความเร็วการไหลของไหล โดยการแยกตัวจะเกิดขึ้นก่อนที่โหนดการแยกตัวและโหนดการสัมผัสหลังการแยกตัวพบที่บริเวณครึ่งหลังของทรงกลม และที่ระนาบยับยั้งความเร็วของผนังทรงกลมจะพบโหนดการสัมผัสหลังการแยกตัว และเมื่อทรงกลมหมุนเร็วเพิ่มมากขึ้นด้วยอัตราหมุนไร้ถึง 5 ทิศทางของแรงเฉือนมีทิศทางเดียวกันกับทิศเดียวกันกับความเร็วของผนังในองค์ประกอบแกนขนานการไหลเช่นเดิม และพบแนวสัมผัสหลังแยกตัวตลอดแนวกึ่งกลางบนผนังทรงกลม



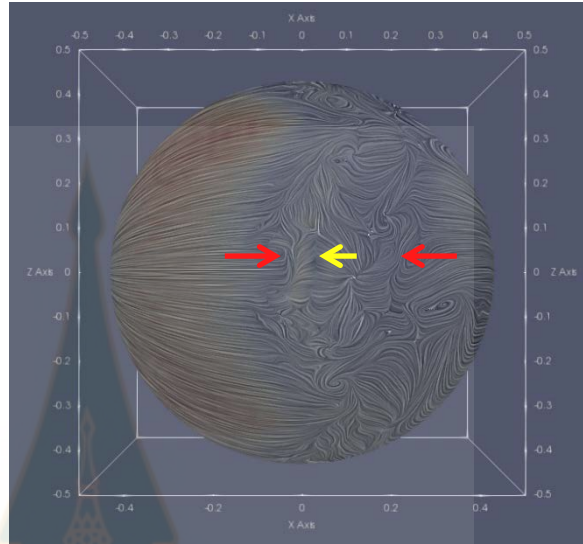
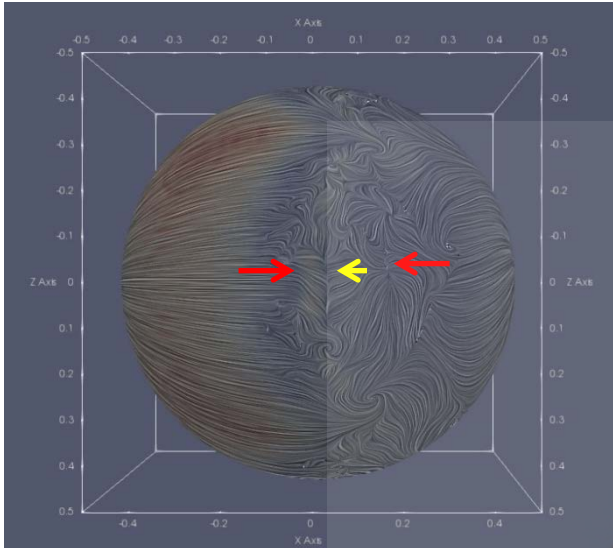
ภาพที่ 5.26 มุมการมองภาพทรงกลม ในระนาบ (ก) ส่งเสริมความเร็วการไหล (top view) และ (ข) ยับยั้งความเร็วการไหล (bottom view)



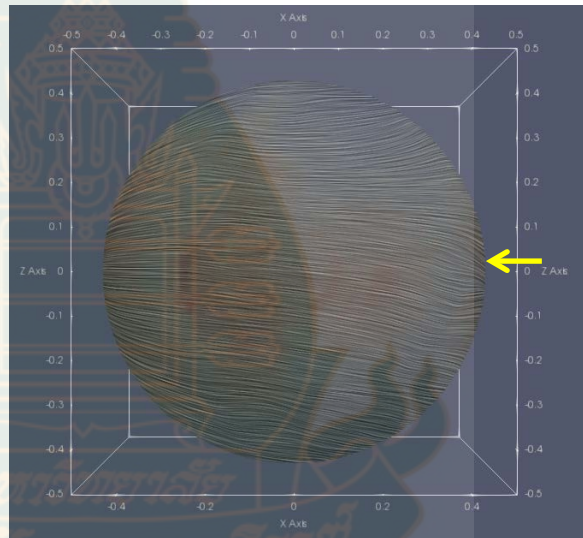
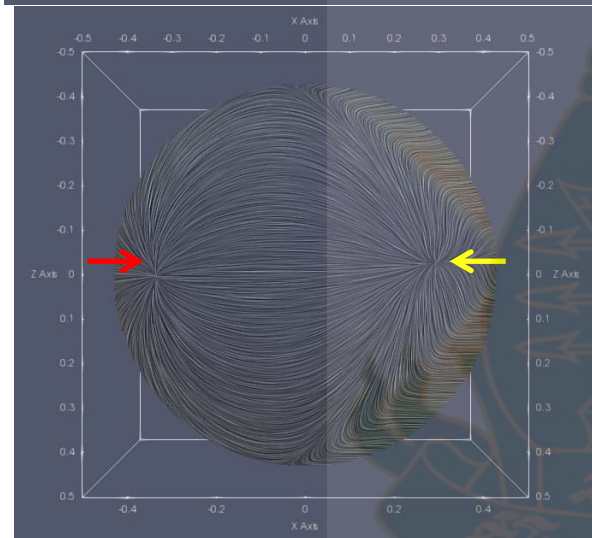
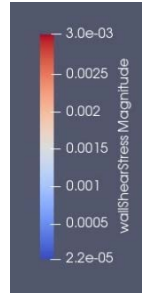
เส้นแรงเฉือนที่ผิว (skin friction line) ที่สภาวะ Reynolds Number of 96,000

Top View (Acceleration Side)

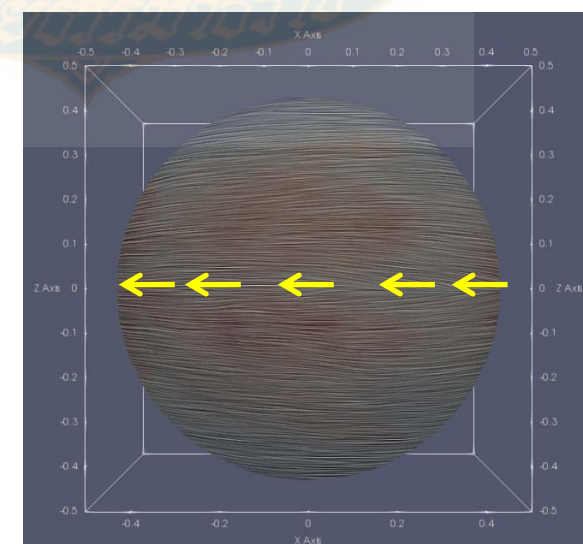
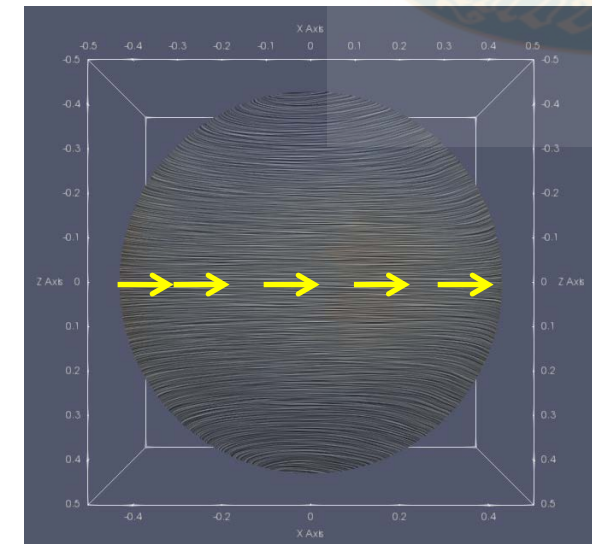
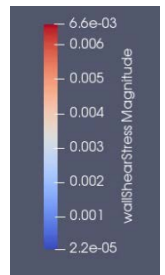
Bottom View (Deceleration Side)



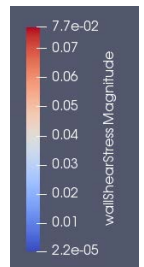
Spin ratio of 0



Spin ratio of 1



Spin ratio of 5



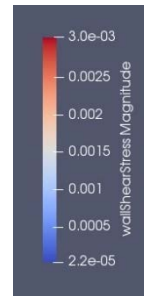
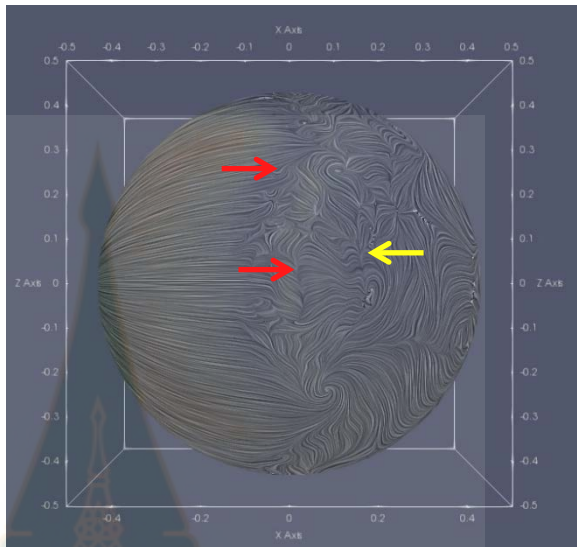
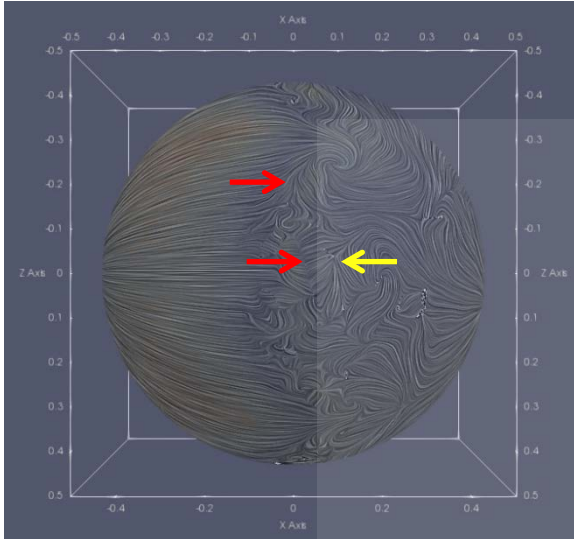
(n)

เส้นแรงเฉือนที่ผิว (skin friction line) ที่สภาวะ Reynolds Number of 134,000

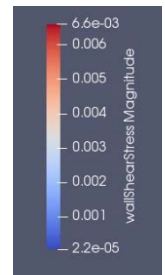
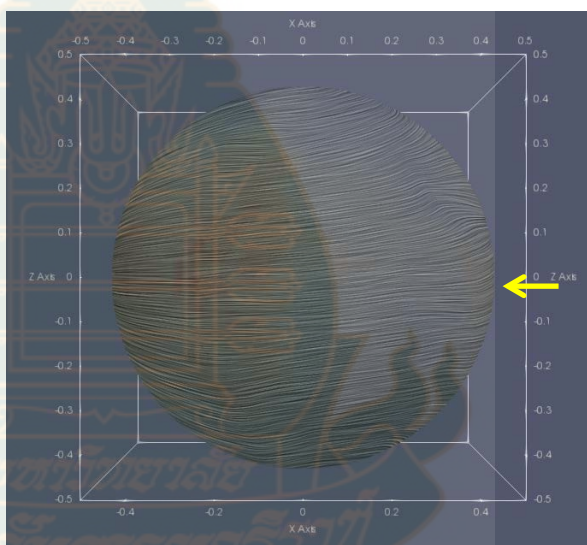
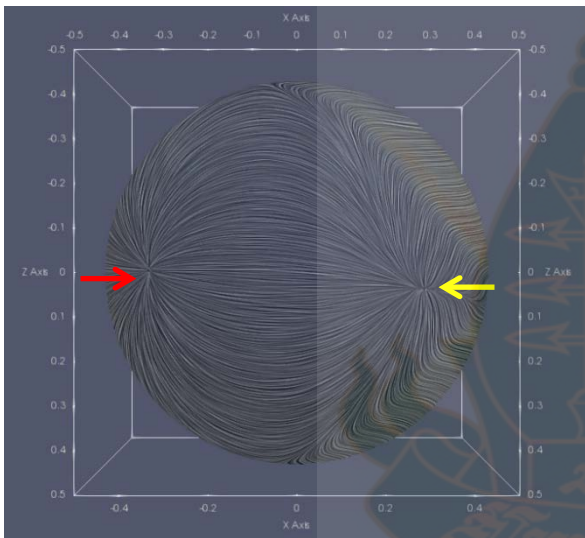
Top View (Acceleration Side)

Bottom View (Deceleration Side)

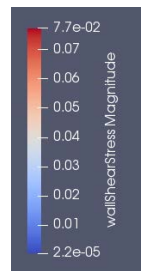
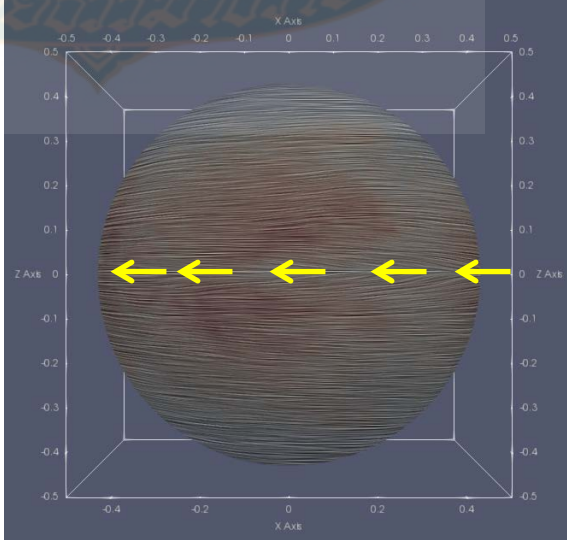
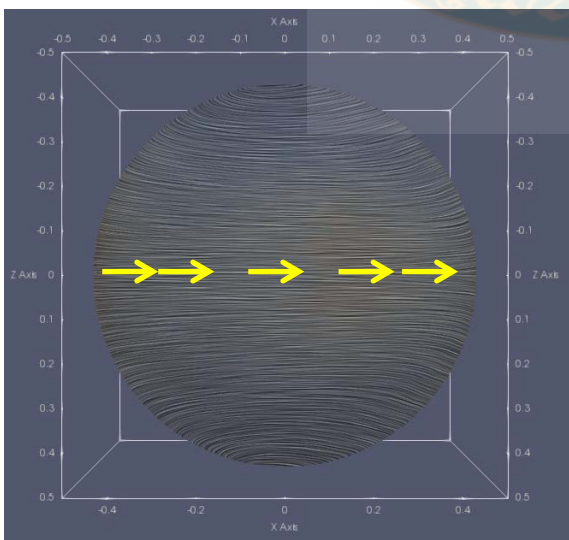
Spin ratio of 0



Spin ratio of 1



Spin ratio of 5



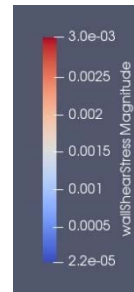
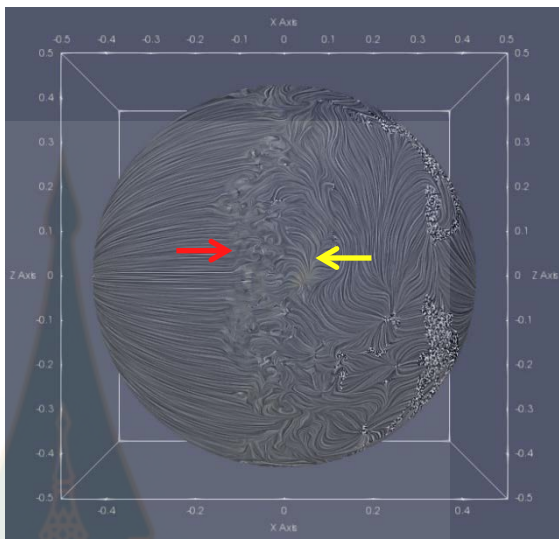
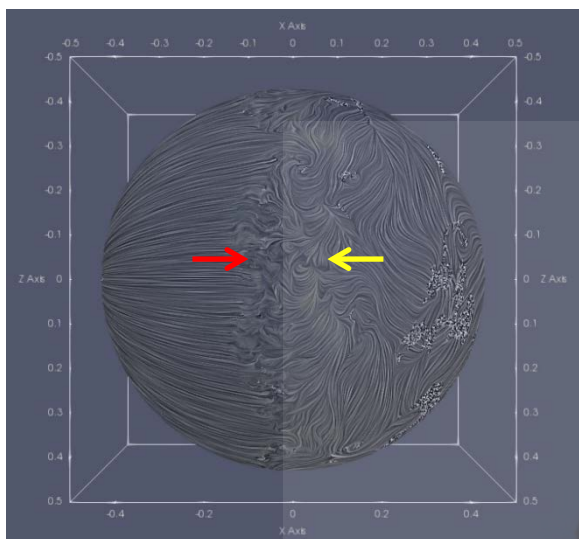
(๗)

เส้นแรงเฉือนที่ผิว (skin friction line) ที่สภาวะ Reynolds Number of 583,000

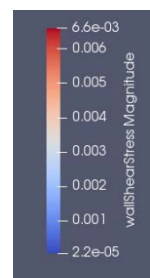
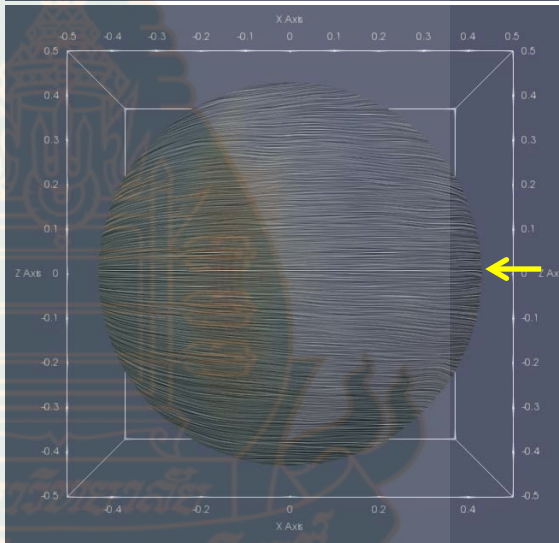
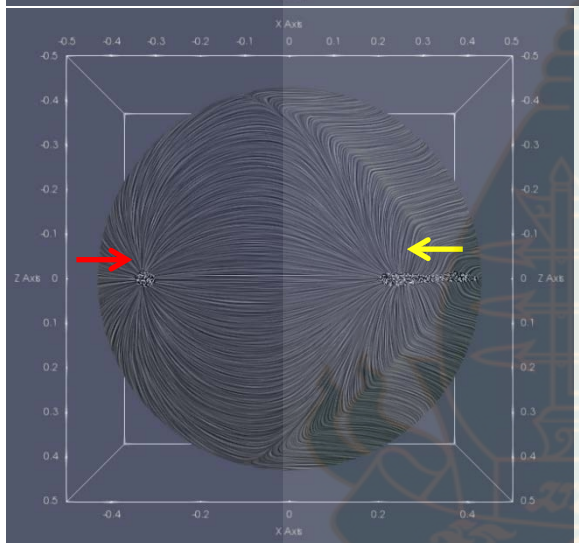
Top View (Acceleration Side)

Bottom View (Deceleration Side)

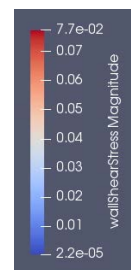
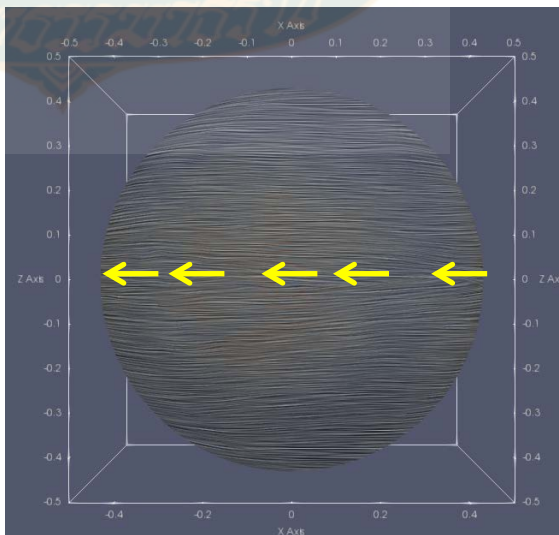
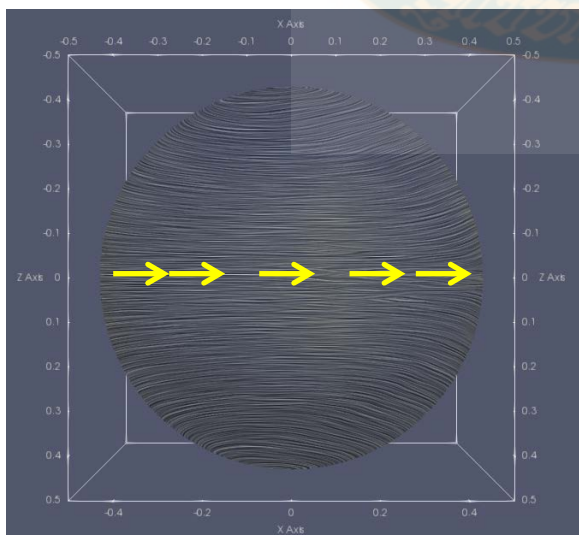
Spin ratio of 0



Spin ratio of 1



Spin ratio of 5



(ค)

ภาพที่ 5.27 เส้นแรงเฉือนผิวที่กระทำกับทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งและหมุน ที่สภาวะเรย์โนลด์ (ก) 96,000 (ข) 134,000 และ (ค) 583,000 วิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลอง the Reynolds Stresses Model

## 5.8. สรุป

จากผลการวิเคราะห์การไหลของของไหลผ่านวัตถุทรงกลมที่สภาวะหยุดนิ่งและหมุนด้วยวิธีการคำนวณจะเกิดผลของแรงกระทำอันเนื่องมาจากแรงดันกระทำกับผิวและแรงเฉือนจากเลเยอร์ของไหลบริเวณผิวทรงกลม ซึ่งเมื่อพิจารณาขนาดของแรงพลศาสตร์กระทำกับผิวทรงกลมตามเวลาจะมีความกวัดแกว่งอันเนื่องมาจากผลของการไหลใน 3 มิติที่แต่ละระนาบมีขนาดแตกต่างกัน ส่งผลให้สนามการไหลของของไหลมีความซับซ้อนมากกว่าการไหลผ่านรูปทรงพื้นฐานอื่น ดังนั้นการวิเคราะห์การไหลผ่านรูปทรงนี้จึงไม่สามารถทำการวิเคราะห์ที่สภาวะ 2 มิติได้ เพราะจะถือเป็นการไหลผ่านทรงกระบอก และการได้มาซึ่งการลู่เข้าของคำตอบต้องกำหนดปริมาณความผิดพลาดที่ระดับต่ำมาก เพื่อให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบและให้ได้มาซึ่งการแสดงผลทางกายภาพที่แม่นยำ

การศึกษาครั้งนี้ทำให้ได้ข้อมูลและรายละเอียดที่สำคัญทางวิทยาศาสตร์ในสภาวะเรย์โนลด์และอัตราการหมุนที่สูง เช่น ข้อมูลเกี่ยวข้องกับแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้น ปริมาณกายภาพที่เกี่ยวข้องและบริเวณวิกฤติของเลเยอร์การไหลที่ผิวที่ตำแหน่งต่างๆ ซึ่งทั้งหมดนี้มีความเกี่ยวข้องกันเพื่อใช้อธิบายถึงลักษณะและขนาดอันเนื่องมาจากพฤติกรรมแมกนัสอันเนื่องมาจากการหมุนของวัตถุ นอกจากนี้จากการที่มีการสอบเทียบและเปรียบเทียบถึงความแม่นยำในการวิเคราะห์ผลจากการใช้แบบจำลองการไหลทั่วไปและการไหลปั่นป่วนที่มีระดับการวิเคราะห์แบบจำลองการไหลพื้นฐานสู่ระดับที่สูงขึ้นจึงสามารถใช้เป็นแนวทางในการขยายผลสู่การใช้งานจริงอื่นได้ เช่น การเกิดขึ้นของแรงยกที่กระทำกับเรือเหาะทรงกลม หรือการประกอบกันระหว่างรูปทรงเพื่อการใช้งานของชิ้นส่วนยานยนต์เพื่อสร้างแรงยกจากทรงกลมกับรูปทรงพื้นฐานอื่น ต่อไป

นอกจากนี้ในส่วนผลการคำนวณของแบบจำลองการไหลปั่นป่วนในกลุ่มของ RANS model นั้นยังพบข้อจำกัดในการทำนายผลในบางสภาวะ เช่น ความคลาดเคลื่อนของแรงพลศาสตร์ที่เป็นองค์ประกอบของแรงลัพท์เกิดขึ้นเล็กน้อยอันเนื่องมาจากองศาของทิศทางเวกเตอร์ของแรงลัพท์ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุทรงกลมมีการหมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ 70,026 หรือ ในช่วงที่เกิดการผันกลับของแรงแมกนัสที่เกิดขึ้นที่อัตราการหมุนไร้หน่วยในช่วง 0.6 – 0.8 ที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงกว่านั้น โดยแบบจำลองการไหลปั่นป่วนไม่สามารถวิเคราะห์ได้แม่นยำอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการไหลในช่วงนี้มีลักษณะขอบเขตเลเยอร์การไหลที่ผนังทรงกลมอยู่ในสภาวะปรับเปลี่ยนระหว่างเลเยอร์การไหลแบบราบเรียบสู่การไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งแบบจำลองการไหลปั่นป่วนที่ใช้จะสามารถทำนายผลได้แม่นยำมากขึ้นเมื่อลักษณะขอบเขตเลเยอร์การไหลที่บริเวณดังกล่าวเป็นการไหลปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ อย่างไรก็ตามหากทรงกลมมีการหมุนที่อัตราการหมุนไร้หน่วยมากกว่าช่วงนี้ผลการวิเคราะห์ที่ได้สามารถใช้พิจารณาการไหลที่เกิดขึ้นได้ดี